





ESEN-CPS-BK-0000000886-ESE

465152











## دُرُوسُ الدِّيْنَامِيك

الجاري تدريسها لتلامذة السنة الثانية من مدرسة المهندسخانة الخديوية  
بمعرفة

حضرة أحمد بك ذهني  
ناظر المدرسة

على حسب الجداول التفصيلية للعلوم الجارية تدريسها بمدرسة المهندسخانة الخديوية الصادر  
عليها قرار نظارة المعارف العمومية في ٣٠ أغسطس سنة ١٨٩٤ المجلولة ذيلا لقانون  
المدرسة المذكورة المصدق عليه من مجلس النظارة في ٨ يونيو سنة ١٨٩٥

طبع

في مدرسة المهندسخانة الخديوية بشاري درب الجماميز سنة ١٨٩٦ الفريكة

حقوق الطبع محفوظة للمدرس



# بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## في السينماتيك الحركات المختلفة تعاريف

والسينماتيك هو دراسة الحركات بقطع النظر عن القوى التي تحدثها  
ويعتبر فيه الطريق الذي يتبعه المحرك والمسافة التي يقطعها والزمن المستعمل لقطعها  
ويعتبر في هذا العلم الثانية وحدة للزمن  
خط السير - يسمى خط السير الخط المرسوم بنقطة مادية متحركة  
والحركة تكون مستقيمة اذا كان خط السير مستقيماً ومنحنية اذا كان خط السير منحنيًا ودائرية اذا كان خط  
السير محيط دائرة  
ولأجل ان تكون حركة متحرك معينة يقتضى أولاً معرفة خط السير وثانياً معرفة وضع المتحرك في كل لحظة على  
خط سيره

قانون الحركة - قانون الحركة هو الارتباط الواقع بين المسافة والزمن  
وايضاح هذا القانون بالطريقة التجريبية عبارة عن معادلة الحركة وايضاحه بخط عبارة عن بيانه بالطريقة الرسمية  
نقطة الأصل - تسمى نقطة أصل المسافات النقطة من خط السير التي يبدأ منها بحساب المسافات الناتجة من  
قانون الحركة

ومبدأ الزمان هو اللحظة التي بتدعى منها الزمان المعتبرة  
مثال معادلة الحركة - لنفرض ان قانون حركة متحرك معين بالمعادلة

$$s = v \cdot t + s_0$$

وان خط السير هو  $s$  (ش) ونقطة  $v$  منه هي نقطة أصل المسافات فينتد للحصول على وضع المتحرك  
في نهاية



( ٣٠ )

في نهاية ثانية مثلا يجعل في المعادلة السابقة  $t = 1$  فيجد

$$s = 3$$

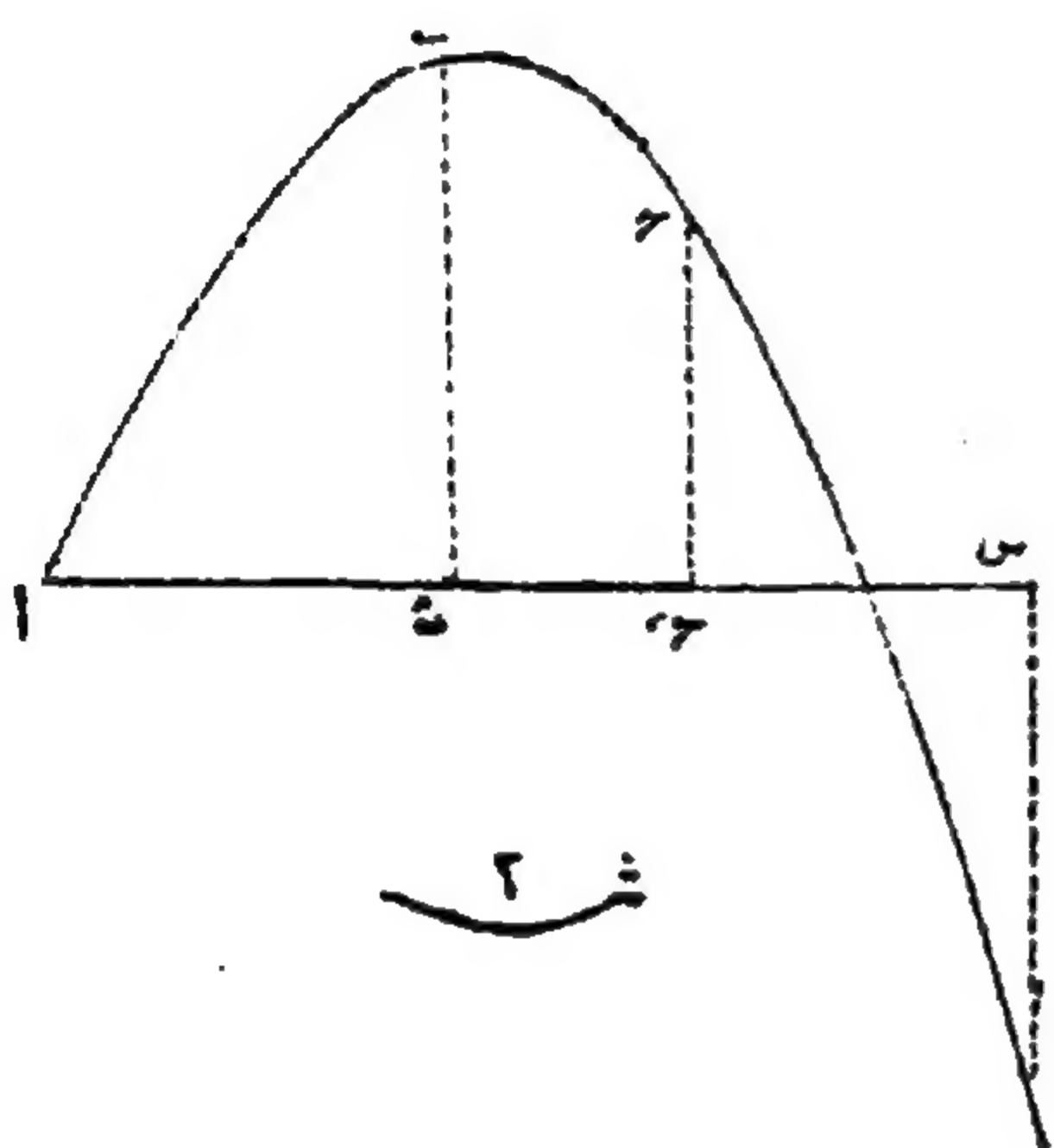


وحينئذ يؤخذ على AB بالابتداء من نقطة و طول مساو الى ثلاث وحدات فيجد نقطة م التي هي عبارة عن الوضع المطلوب ايجاده

وفي نهاية ج يكون  $s = 3$

حينئذ يؤخذ بالابتداء من نقطه و في الجهة المضادة للأولى ثلاث

وحدات ويكون م هي وضع المتحرك وبمثل ذلك يمكن الحصول على وضع المتحرك في لحظة ما حينما اتفق بيان الحركة بالطريقة الرسمية - للحصول على المنحنى البياني للحركة - يؤخذ على محور السينات المسماة أيضا بمحور الأزمان أطوال مناسبة للأزمان المعتبرة ثم يؤخذ على الاحداثيات الرأسية المقابلة لتلك الأزمان أطوال مناسبة للمسافات التي قطعها المتحرك بالابتداء من نقطة الأصل في اللحظات المختلفة ثم تجمع النقط المتصلة بخط متصل فهذا الخط يكون هو لحن البياني للحركة الذي يسمى أيضا بمنحنى المسافات



فالمنحنى المرسوم في (ش ٢) المتصل بناء على ما ذكر يدل على الحركة التي معادلتها هي المعادلة المذكورة في المثال السابق وهي  $s = t^2 - 2t$  فيشاهد أنه في مبدأ الزمن كان المتحرك في نقطة اصل المسافات وأنه متباعد عنها في نهاية ثانية وربع ويكون في هذه الحالة على بعد د وهو بعد الاعظم ما يمكن وبعد ذلك فالمتحرك يقرب من نقطة الأصل التي يأت فيها في نهاية ثابنتين ونصف ثم يبعد عنها الى ما لا نهاية في الجهة العكسية والحصول بواسطة المنحنى البياني للحركة على وضع المتحرك في لحظة معينة ولكن في نهاية ج مثلا يؤخذ على محور الأزمان  $t = 2$  فمقدار الاحداثي

الرأسي د يكون هو بعد المتحرك عن نقطة الأصل ثم يؤخذ هذا البعد على خط السير بالابتداء من نقطة و في الجهة الموجبة أو السالبة على حسب اشارة الاحداثي الرأسي فالنقطة المتصلة حينئذ تكون هي وضع المتحرك في اللحظة المعتبرة

## تنبيهات

الاول - يجب الاحتراس من الالتباس بين خط السير وبين لحن البياني للحركة - اذ أن لحن البياني للحركة يبقى بعينه سواء كانت مستقيمة أو منحنية

الثاني - يمكن الحصول على لحن البياني لقانون الحركة بدون معلومية معادلاتها بواسطة عمل عدة تجارب بها يعين وضع المتحرك في ازمان محدودة وحينئذ يتحصل على عدة نقط تكون لرسم المنحنى بضبط كاف كلما كانت الاوضاع المرصودة كثيرة ومنحنية جيد

الثالث أن مقياس الأزمان والمسافات اختياريان فينبذ اذا اتفق على بيان وحدة الزمن ووحدة المسافات



بطول واحد فإن المقياسين يتحدان وتقاس اذن الاحداثيات الافقية والرأسية بواسطة مقياس مشترك ولكن اذا كان المتر والثانية مبدئين بطولين مختلفين فالمقياسان مختلفان عن بعضهما  
وحينئذ يلزم الاعتناء بتقدير الاحداثيات الافقية بمقياس الزمان والاحداثيات الرأسية بمقياس المسافات على التناظر

### انواع الحركات

قد شاهدنا فيما تقدم أنه بناء على جنس خط السير قد تكون الحركات مستقيمة أو منحنية لكن هذه الحركات تكون منتظمة أو متغيرة بحسب الارتباط الواقع بين المسافة المقطوعة والزمن المستعمل لقطعها أعني بحسب قانون الحركة في التحرك المنتظم

تعريف - التحرك المنتظم - التحرك المنتظم هو الذي فيه يقطع التحرك مسافات متساوية في ازمان متساوية مهما كان صغر تلك الأزمان أعني أنه في التحرك المنتظم تكون المسافات المقطوعة مناسبة للازمان المستعملة لقطعها  
السرعة - السرعة في التحرك المنتظم هي المسافة المقطوعة في وحدة الزمن

### معادلة التحرك المنتظم

يوجد في هذا التحرك حالتان - الأولى - أن يكون الوضع الابتدائي للتحرك منطبقاً على نقطة اصل المسافات وحينئذ اذا كان مبدأ الأزمان مطابقاً لمبدأ المسافات ورمز بحرف  $s$  للمسافة المقطوعة في مدة الزمن  $t$  وبحرف  $v$  للسرعة فإنه بناء على تعريف التحرك المنتظم يكون

$$s = vt \quad (1)$$

الثانية - ان يكون الوضع الابتدائي مغايراً لنقطة اصل المسافات وفي هذه الحالة اذا كان التحرك في مبدأ الزمن على بعد  $a$  من نقطة الأصل  $o$  ورمز بحرف  $s$  لبعده عن نقطة الاصل المذكور في نهاية الزمن  $t$  يكون  $s = vt + a$  هي المسافة المقطوعة في مدة الزمن  $t$  وحينئذ اذا كانت السرعة هي  $v$  فبناء على تعريف التحرك المنتظم يكون

$$s = vt + a \quad (2)$$

$$s = vt + a \quad (3)$$

(تبنيهاً) الأولى - من القانون (٢) يحدث

$$v = \frac{s - a}{t}$$

أعني انه يمكن تعريف السرعة بتعريف آخر وهو أنه في التحرك المنتظم تكون السرعة عبارة عن النسبة الكائنة بين المسافة المقطوعة والزمن المستعمل لقطعها

الثاني - انه في التحرك المنتظم تكون السرعة ثابتة وأن المسافة هي الدالة بدرجة أولى بالنسبة للزمن  
بيان التحرك المنتظم بالطريقة الرسمية

قانون التحرك المنتظم يمكن بيانه بخط مستقيم وفي ذلك حالتان

الأولى - ان يكون التحرك في نقطة اصل المسافات في مبدأ الزمن وفي هذه الحالة يكون الخط  $ab$  الدال على قانون التحرك



الحرك المنتظم هو خط مستقيم

لأنه بناء على التعريف الثاني للسرعة يكون (ش ٣)

$$\frac{ب ت}{ا ت} = \frac{ح ح}{ا ح} = \frac{د د}{ا د}$$

فحينئذ تكون المثلثات القائمة الزوايا ا ب ت ، ا ح ح ، ا د د متشابهة  
وتكون الزوايا ب ا ت ، ح ا ح ، د ا د متساوية وعليه فتكون  
النقط ب ، ح ، د ... الخ موجودة على مستقيم واحد يدل على

قانون الحرك المنتظم

الثانية - ان لا يكون الحرك في نقطة أصل المسافات في مبدأ الزمن وفي هذه الحالة نفرض أنه في مبدأ الزمن  
يكون الحرك على بعد ا ا (ش ٤) من نقطة أصل المسافات وحينئذ  
اذا مددنا من نقطة ٢ مستقيما موازيا لمحور الازمان يحدد على الأحداثيات  
الرأسية اجزاء ب ب ، ح ح ، د د ... الخ دالة على المسافات المقطوعة  
في الازمنة ا ت ، ا ح ، ا د ... الخ  
ويؤدل الأمر حينئذ الى الحالة السابقة

وعلى ذلك فيكون الحط المستقيم ا د د على حرك منتظم فيه ا ت هي  
المسافة الابتدائية

فاذا كانت الازمان والمسافات منسوبة الى مقياس واحد فسرعة

الحرك المنتظم تتعين بظل الزاوية الواقعة بين المستقيم البياني للحركة ومحور الازمان فاذا كان المطلوب  
تعيين سرعة الحرك المنتظم المبين بالمستقيم ا د د (ش ٥)

فأنه بناء على تشابه المثلثات يكون

$$\frac{ب ت}{ا ت} = \frac{ح ح}{ا ح} = ع$$

واذا دمرنا بجرف ا للزاوية الواقعة بين المستقيمين ا د د ، ا ح ح

$$\frac{ب ت}{ا ت} = ط ا ومنها$$

$$ع = ط ا$$

تنبيهات - الأول - لأجل الحصول على مقدار هذا الظل يؤخذ

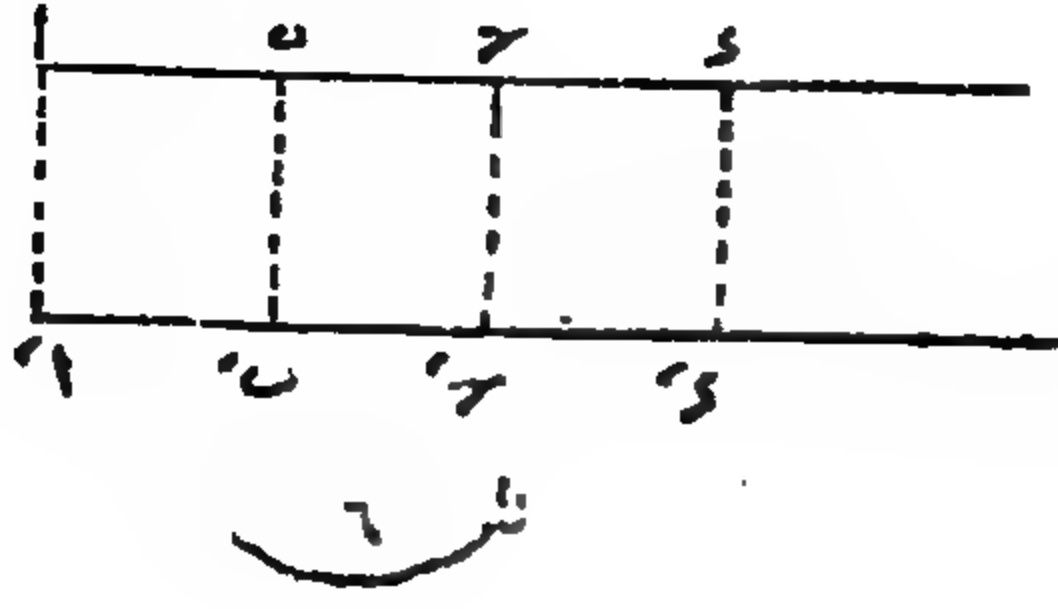
ا ت مساو للوحدة ثم يقاس ب ت فالعدد المتحصل يكون مساويا الى ط ا

الثاني - مهمات المقاييس المتخذة للازمان والمسافات فان سرعة الحرك المنتظم تكون مساوية للعامل  
الزاوي لمستقيمها البياني والمعامل الزاوي لمستقيم منسوب لمحورى أحداث هو خارج قسمة فرق حدثين  
موازيين لمحور الصادات مقدرا بمقياس المسافات على فرق الاحداثين الموجودين على محور السينات المقابلين  
لهما مقدرا بمقياس الازمان والمعامل الزاوي لا يصير مساويا لظل الميل الا اذا كان المحوران متعامدين



وكان المقياسان متحدين

وقد يرسم أحيانا الخط البياني للسرعة بأن يؤخذ على محور الأحداثيات الأفقية أبعاد مناسبة للأزمان  
وعلى الأحداثيات الرأسية أطوار مناسبة للسرع المقابلة لها



وحيث ان السرعة في التحرك المنتظم ثابتة فخطها البياني يكون موازيا  
الى محور الأحداثيات الأفقية والطول  $\Delta$  يكون دالا على مقدار  
السرعة (ش ٦)

### الحركة المستقيمة المتغيرة

تعريف - التحرك المتغير هو الذي لا تكون فيه المسافات المقطوعة مناسبة للأزمان المستعملة لقطعها  
السرعة المتوسطة - السرعة المتوسطة هي سرعة الحركة المنتظمة التي يستعملها المتحرك في المدة المفروضة لقطع نفس  
المسافة التي قطعها بحركة متغيرة



فإذا فرض متحرك م (ش ٧) يتحرك على مستقيم  $\Delta$  بحركة متغيرة  
وفرض انه في أثناء الزمن  $\Delta$  قطع المسافة  $\Delta$  م فسرعة المتوسطة  
تكون  $\frac{\Delta}{\Delta}$

السرعة في لحظة معينة - السرعة في لحظة معينة هي النهاية التي تميل اليها نسبة ازدياد المسافة الى ازدياد الزمن  
حتى صفر ازدياد الزمن بلا نهاية

فإذا رمز بحرف  $\Delta$  للمسافة المقطوعة في نهاية الزمن  $\Delta$  وبلحرف  $\Delta$  للمسافة المقطوعة في نهاية الزمن  $\Delta + \Delta$   
فالفرق  $\Delta - \Delta$  يكون هو ازدياد المسافة في مدة المسافة الزمنية  $\Delta$  ويكون النسبة  $\frac{\Delta - \Delta}{\Delta}$  هي السرعة  
المتوسطة في هذه المسافة الزمنية ومتى نقص ازدياد الزمن  $\Delta$  ومال نحو الصفر فإن ازدياد المسافة  
 $\Delta - \Delta$  ينقص ويميل ايضا نحو الصفر لكن النسبة  $\frac{\Delta - \Delta}{\Delta}$  تميل نحو نهاية معينة وتسمى بالسرعة في نهاية الزمن  
 $\Delta$  بالضبط

وقد يمكن ان يقال ايضا ان السرعة في نهاية الزمن  $\Delta$  هي النهاية التي تميل اليها السرعة المتوسطة بالابتداء من الزمن  
 $\Delta$  حينما تنقص المدة الزمانية المفروضة بلا نهاية

تنبيه - وإذا قسم الزمن الذي فيه حصلت الحركة المتغيرة الى عدد كبير من الاقسام المتساوية التي يقطعها المتحرك  
في كل منها بانتظام نفس المسافة التي قطعها بحركة متغيرة فإن الحركة الجديدة تختلف قليلا عن الحركة المتغيرة كلها  
كانت اللقطات المذكورة كثيرة جدا وإذا كانت تلك اللقطات صغيرة بقدر ما يراد فإن الحركتين يكونان متساويتين  
وبناء على ذلك يشاهد ان سرعة الحركة المتغيرة في لحظة معينة عبارة عن سرعة الحركة المنتظمة الجزئية  
المقابلة للحظة المذكورة

### تعيين السرعة

سنشاهد كيفية الحصول على مقدار السرعة في لحظة ما بعد معرفة قانون الحركة اما بمعادلة أو بمنحنى

الأول



(٧)

الأول - إذا كان قانون الحركة معلوما بمعادلة وكان المطلوب تعيين السرعة في نهاية الزمن من الحركة معلومة بمعادلة  $h = k \cdot t$  الذي فيها  $h$  رمز للمسافة المقطوعة ،  $k$  مقدار ثابت حيثما اتفق ،  $t$  رمز الزمن المفروض فإنه في نهاية الزمن  $t$  يكون المسافة المقطوعة هي

$$h = k \cdot (t + t_0) = k \cdot t + k \cdot t_0 + k \cdot t_0$$

وحيثما تكون المسافة المقطوعة في مدة الزمن  $t$  هي

$$h - k \cdot t = k \cdot t_0 + k \cdot t_0$$

وإذا قسم طرفي المعادلة على  $t$  نحصل على السرعة المتوسطة في مدة الزمن  $t$  هكذا

$$\frac{h - k \cdot t}{t} = \frac{k \cdot t_0 + k \cdot t_0}{t}$$

وإذا فرض أن  $t$  تنقص شيئا فشيئا ونميل نحو الصفر فالحد  $k \cdot t$  يميل نحو الصفر أيضا وعند النهاية يكون

$$t_0 = \frac{h - k \cdot t}{k}$$

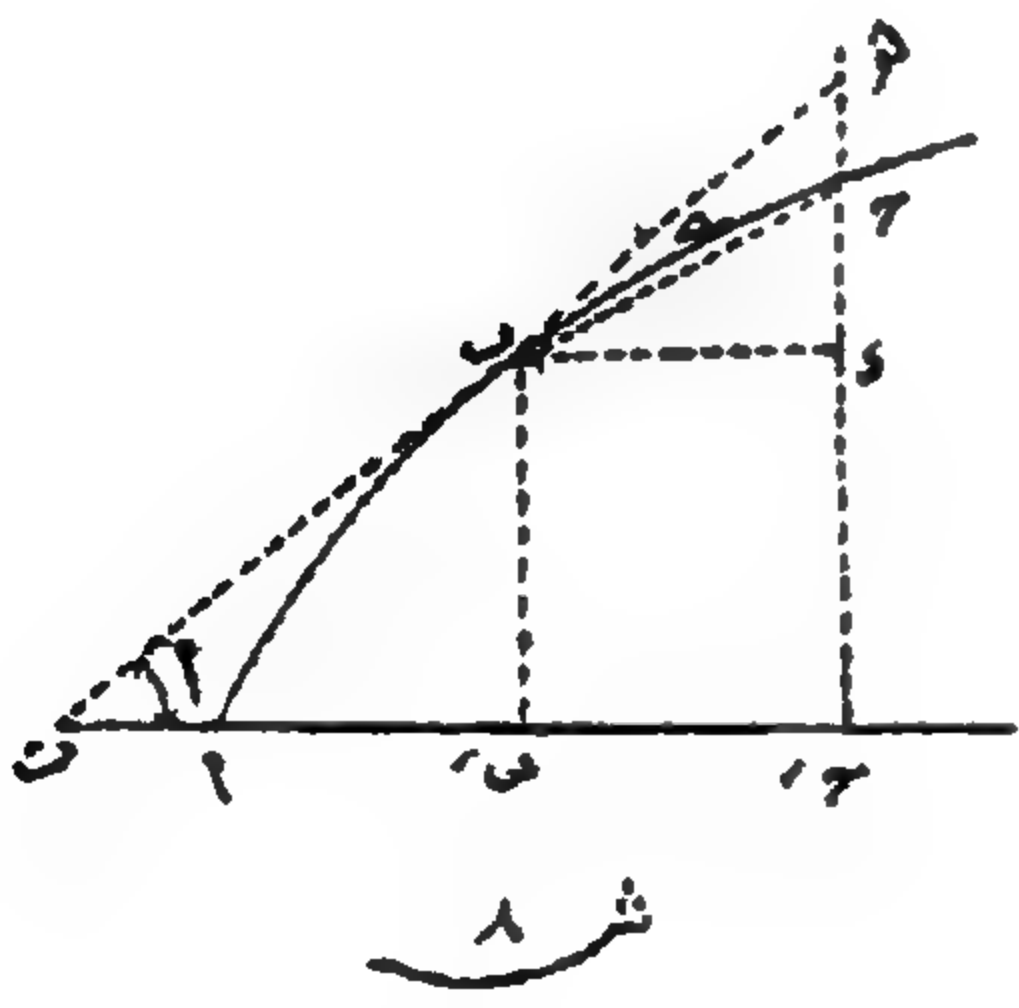
وهي السرعة في نهاية الزمن  $t$  وحيثما إذا رمز لها بالحرف  $c$  يكون

$$c = k \cdot t_0$$

وثانيا إذا كان قانون الحركة معلوما بمنحنى وكان المطلوب تعيين السرعة في نهاية الزمن من الحركة معلومة بمنحنى إحداثيات الرأسية والافقية منسوبة لمقياس واحد

يؤخذ على محور الافقيات البعد  $t$  مساويا للزمن  $t$  والبعد  $h$  مساويا للزمن أكبر من  $t$  وحيثما يترك يقطع المسافة  $h$  أثناء زيادة الزمن  $t$  وسرعته المتوسطة في هذه المدة تكون (ش ٨)

$$\frac{h}{t} = \frac{h}{t} = \text{طاح } t$$



لكن إذا نقص الزمن  $t$  فإن النقطة  $h$  تقرب شيئا

فشيئا من النقطة  $t$  والسرعة المتوسطة لاتزال مبينة

بظل الزاوية المتكونة بين الوتر  $h$  والمستقيم  $t$

وفي النهاية عند انطباق النقطة  $h$  على  $t$  فالقاطع

$t$  يصير مماسا في نقطة  $t$  وتكون السرعة في النقطة

المفروضة مبينة بظل زاوية  $h$  أو  $t$  \*

(\*) ملحوظة - ولأجل الحصول على مقدار هذا الظل يؤخذ  $t = \text{الوحدة}$  ونمد الإحداثيات

الرأسي  $h$  إلى النقطة  $h$  التي هي نقطة تقابله مع  $t$  في فطول  $h$  يكون

مساويا إلى  $t$



وحيث أن إذا كانت الأزمان والمسافات مبيّنة بمقياس واحد فالسرعة في اللحظة معينة تكون مبيّنة بظل الزاوية الواقعة بين محور الأزمان وبين المماس للحنى في النقطة المقابلة للحظة المذكورة  
تنبيه - وإذا لم تكن المسافات والأزمان منسوبة لمقياس واحد فإن السرعة في اللحظة  $x$  تكون متناسبة إلى  $\frac{1}{x}$  فقط لأن إذا كان  $\frac{1}{x}$  هو العدد الذي يلزم أن تضرب فيه الاحداثيات الأفقية كي تكون وحدة الأزمان مبيّنة بمقياس كوحدة المسافات فإن السرعة المتوسطة أثناء ازدياد الزمن المبيّن بالمستقيم  $OX$  تكون هي

$$حی : \frac{حی}{ع} = \frac{حی}{حی} = 1 \text{ طاقب و}$$

وحيث ان له عدد ثابت فتكون السرعة في اللحظة  $n$  هي

$$16 \text{ w} = 6$$

وبالمثل في الازمان هن ٢ هن ١... الخ تكون السرعة هي  $ع = ك ط ا ١ م ع = ك ط ا ١ م$ ... الخ  
واذن يكون

$$\frac{e}{1.5} = \frac{e}{1.5} = \frac{e}{1.5} = 0$$

وعليه فالسرع تكون مناسبة للظلال المطابقة لها

ويمكن ان يقال أيضا انه في جميع الأحوال تكون السرعة مساوية الى المعامل الزاوى للمماس للخط البيا في لقانون الحركة

تنبيه - قد يتبادرنا فيما تقدم أن الحركة المتغيرة يمكن اعتبارها مركبة من حركات منتظمة ازمانها صغيرة بقدر ما يراد وسرعتها مختلفة وحينئذ فكل جزء من الاجزاء المستقيمة المكونة للمضيح يكون هو المستقيم البيناني لاحد هذه الحركات الجزئية

والمماسات يكون هو الخط البياني للحركة - الجزئية المقابلة للنقطة م وعليه يكون طاء يدل على سرعة الحركة - الجزئية المذكورة

## الحركة المحلية

الحركة تكون عملية متى اخذت السرعة في الزيادة

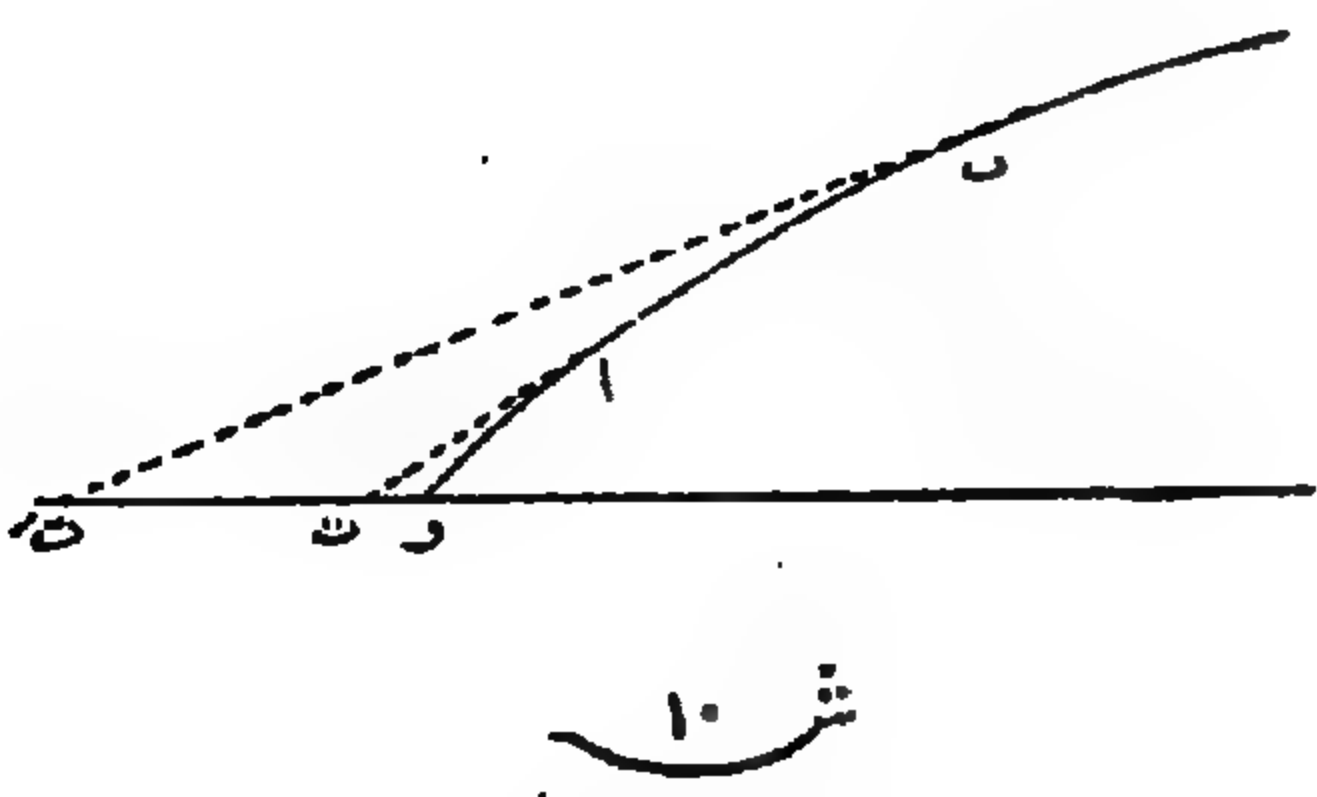
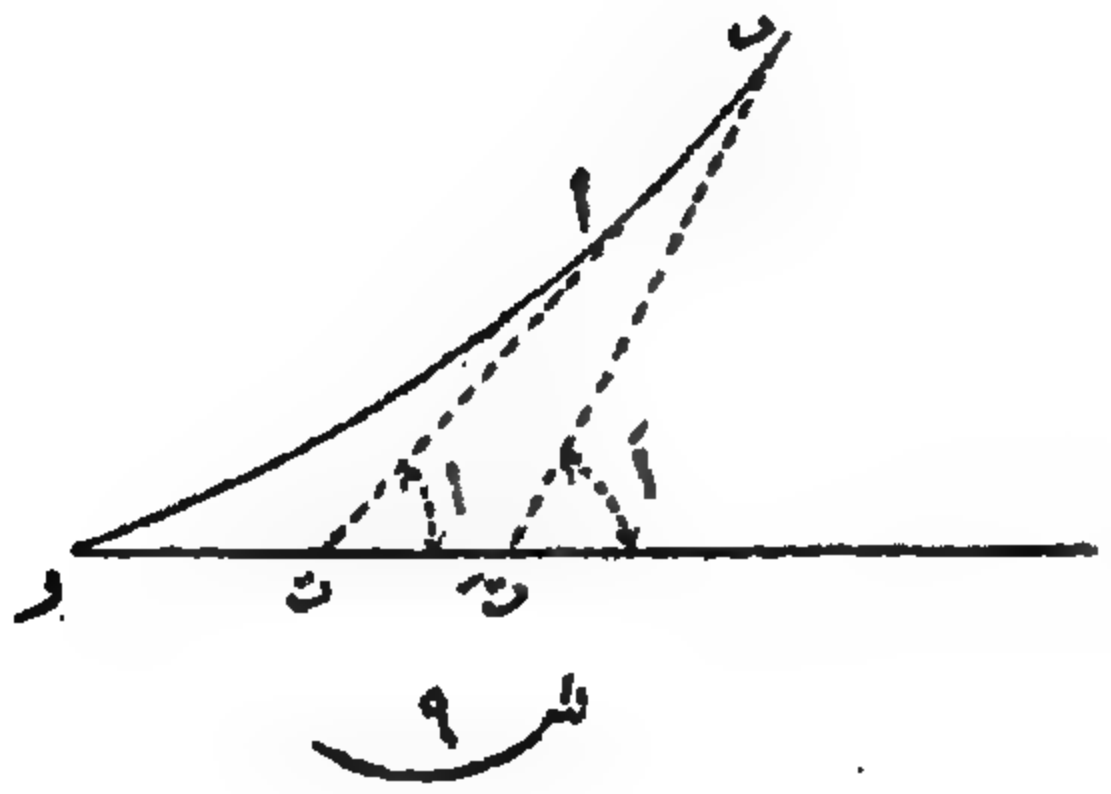
والمحتى البيا في هذه الحركة = يكون تحديده متجهها نحو الجهة الموجبة لمحور الزمان حيث أنه في هذه الحالة تكون الزاوية  $\theta$  آخذة

فی الکبر بالاسمراء کا شاہد من (ش ۹)

الحركة التقصيرية - الحركة تكون تقصيرية متى أخذت في النقص

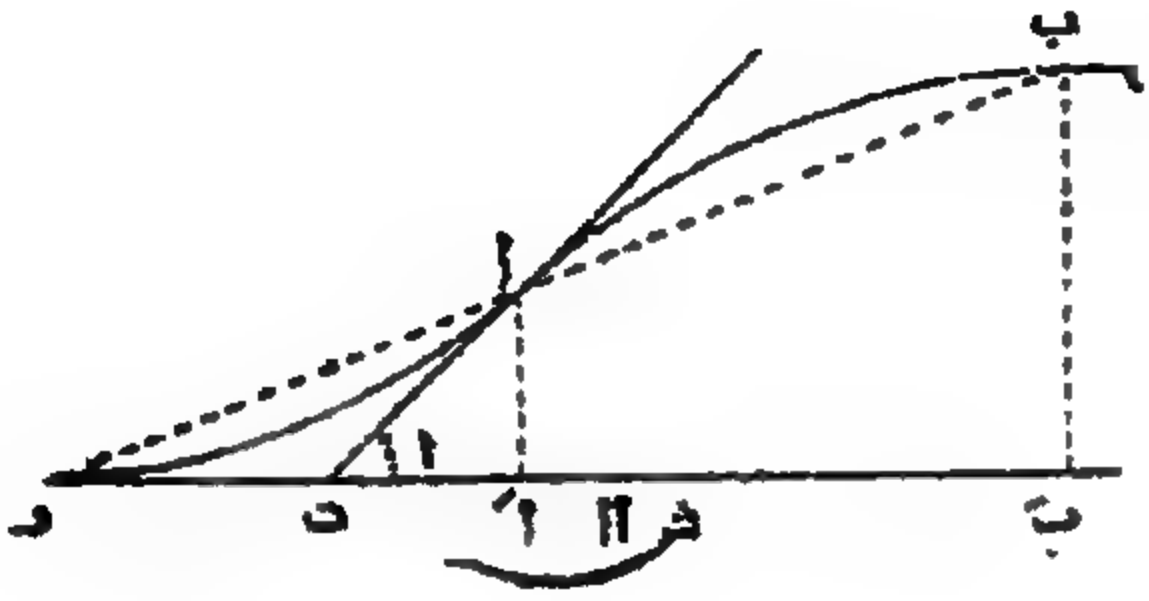
وفي هذه الحالة يكون تغيير المحتوى البياضي للسافات يتجه نحو الجملة الموجبة لمحد الاوقات وأن الزاوية ٢ تأخذ في التقص بالاستمرار

کا بیٹا شد من (ش ۱۰)





الحركة - الدورية - الحركة - تكون دورية اذا اخذت السرعة بعد مسافات زمنية متساوية نفس المقادير التي كانت اخذتها من قبل والدور هو الزمن الذي يفصل اللحظات المتتالية التي فيها تأخذ السرعة نفس سلسلة المقادير والخط البياني لقانون الحركة الدورية هو منحن متماوج ففي الحركة المبينة بالمنحن و  $AB$  تكون السرعة ابتداء معدومة ثم تزايد في انشاء الزمن و  $A$  ش  $ال$  الذي في نهايته تصل الى النهاية الكبرى ثم تناقص في مدة الزمن  $أ ت$  الذي في نهايته تصير معدومة ثم تأخذ بعد ذلك نفس المقادير التي كانت اخذتها من قبل



وحينئذ يكون الزمن  $وت$  هو دور والمستقيم  $ون$  يدل على الحركة المنتظمة التي سرعتها هي السرعة المتوسطة في مدة الدور وامثلة الحركات الدورية كثيرة منها حركة البندول وحركة مكبس آلة بخارية وحركة

الارض حول الشمس و..... الخ ففي الحالتين الأوليتين السرعة تنعدم مرتين في الدور الواحد لتغير اشارتها وفي الحالة الثالثة السرعة تنغير بين نهايات متقاربة جدا وهذا هو السبب في عدم تساوي الأيام الشمسية ويستعاض عادة الزمن الحقيقي بزمن متوسط فيه تكون الازمان متساوية (راجع علم القسوغرافيا) في الحركة المنتظمة التغير وسقوط الأجسام

تعريف - الحركة المنتظمة التغير هي التي تتغير فيها السرعة بكميات متساوية في أزمنة متساوية فاذا تزايدت السرعة فالحركة تكون منتظمة الموجلة واذا تناقصت السرعة فالحركة تكون منتظمة التقصير الموجلة - الكمية الثابتة التي تتغير فيها السرعة في كل وحدة زمنية في الحركة المنتظمة التغير تسمى بالموجة والموجة تكون موجبة في الحركة الموجلية وسالبة في الموجلة التقصيرية

### قانون السرعة

اذا رمز بالرمز  $ع$  للسرعة الابتدائية أعنى سرعة في مبدأ الزمن  $ز$  وبالرمز  $و$  للموجة بحيث أن السرعة تزداد في كل وحدة زمنية بالكمية  $و$  فانها تزداد بالمقدار  $و ز$  في مدة الزمن  $ز$  وحينئذ اذا رمزنا بحرف  $ع$  للسرعة في نهاية الزمن  $ز$  يكون قانون السرعة هو

$$ع = ع + و ز$$

واذا كان الجسم خارجا عن السكون فان السرعة الاصلية تكون معدومة ويقول قانون السرعة الى

$$ع = و ز$$

واذا كانت الحركة منتظمة التقصير فالموجة تكون سالبة ويكون

$$ع = ع - و ز$$

### قانون المسافات

اذا كان المطلوب ايجاد المسافة المقطوعة بحركة منتظمة الموجلة في مدة الزمن  $ز$  بمتحرك سرعة الابتدائية  $ع$  ومجلته  $و$  تقسم الزمن  $ز$  الى مسافات زمنية متساوية عددها  $ح$  وللاختصار نجعل  $ح = ١$  فيرى أن السرعة



(١٠)

في مبدأ كل من المسافات الزمانية المذكورة هي

$$\begin{aligned} \bar{c} &= \bar{c} \\ \bar{c} &= \bar{c} + v \\ \bar{c} &= \bar{c} + 2v \\ &\dots \end{aligned}$$

$$\bar{c} = \bar{c} + (1-p)v$$

وإذا اعتبرنا أن السرعة في كل من هذه المسافات الزمانية ثابتة فالمسافات المقطوعة تكون

$$\begin{aligned} \bar{c} &= \bar{c} + v \\ \bar{c} &= \bar{c} + v + v \\ \bar{c} &= \bar{c} + v + v + v \\ &\dots \end{aligned}$$

$$\bar{c} = \bar{c} + v + (1-p)v$$

وحاصل جمع هذه المسافات وهو  $\bar{c}$  يكون مساويا إلى

$$\bar{c} = \bar{c} + v + (1-p)v + \dots + v + (1-p)v$$

وبتعميق  $v$  بمقدارها وهو  $\frac{1}{2}$  يحدث

$$\bar{c} = \bar{c} + v + \frac{1}{2}(1-p)v + \dots + \frac{1}{2}(1-p)v$$

وحينئذ كلما تزايد  $\bar{c}$  فالمسافة الزمانية  $v$  تنقص وبمجموع الحركات الجزئية المفروضة يقرب دائما من الحركة

المنتظمة البجلة المذكورة وعند النهاية تتحد معها

وحينئذ للحصول على المسافة  $\bar{c}$  المقطوعة بحركة منتظمة البجلة في مدة الزمن  $\bar{t}$  يلزم أخذ نهاية المقداد

السابق عند ازدياد  $\bar{c}$  إلى ما لا نهاية فيكون

$$\bar{c} = \bar{c} + v + \frac{1}{2}(1-p)v + \dots + \frac{1}{2}(1-p)v$$

$$\bar{c} = \bar{c} + v + \frac{1}{2}(1-p)v$$

تليها

الأول - في حالة ما يكون الحركة منتظمة التقصير يكون

$$\bar{c} = \bar{c} - \frac{1}{2}(1-p)v$$

الثاني - إذا كانت السرعة الابتدائية معدومة يكون  $\bar{c} = \bar{c}$  . . . . .

$$\bar{c} = \bar{c}$$

وإذا رمزنا بحرف  $\bar{c}$  للمسافتين المقطوعتين في مدة الزمن  $\bar{t}$  و  $\bar{c}$  يكون

$$\bar{c} = \bar{c} + \frac{1}{2}(1-p)v$$

ومنها



( ١١ )

ومنها يحدث  $\frac{h}{v} = \frac{h}{c}$

وحينئذ حينما يخرج المتحرك من السكون فالمسافات المقطوعة تكون مناسبة لمربعات الأزمان المستعملة لقطعها

الثالث - إذا كان في القانون  $(h = \frac{h}{v})$   $v = 1$  يكون

$$h = \frac{h}{c} \text{ ومنه يحدث } v = c$$

أعني أنه في الحركة المنتظمة العجلة إذا خرج المتحرك من السكون فالعجلة تكون ضعف المسافة المقطوعة في مدة

الثانية الأولى

الرابع - يمكن وضع القانون

$$h = c \cdot v + \frac{h}{v} \text{ بالصورة الآتية}$$

$$h = (c + \frac{h}{v}) \cdot v$$

ولكن  $c + \frac{h}{v}$  أو  $c + v$  عبارة عن السرعة في منتصف الزمن  $v$  وحينئذ تكون المسافة

المقطوعة بحركة منتظمة العجلة هي في زمن معين عين المسافة التي يقطعها المتحرك بانتظام في المدة المذكورة بسرعة

مساوية للسرعة المقابلة لمنتصف الزمن  $v$

مسألة

ما مقدار السرعة التي اكتسبها متحرك قطع المسافة  $h$  بحركة منتظمة العجلة

لذلك يقال إذا عوض في القانون

$$h = c \cdot v + \frac{h}{v}$$

الزمن  $v$  بمقداره المستخرج من القانون

$$c = c + v \text{ أعني بالمقدار}$$

$$h = v \cdot \frac{c - v}{v} \text{ يحصل}$$

$$\frac{h}{v} = \frac{c - v}{v} \cdot v = c - v$$

$$\frac{h}{v} = c - v \Rightarrow \frac{h}{v} + v = c \Rightarrow \frac{h + v^2}{v} = c \Rightarrow h + v^2 = c \cdot v \Rightarrow v^2 = c \cdot v - h \Rightarrow v = \sqrt{c^2 - \frac{h}{v}}$$

ومنه يحدث

ومنه يحدث

$$c = \sqrt{c^2 - \frac{h}{v}}$$

فإذا كانت السرعة الابتدائية معدومة فالقانون يؤول إلى

$$c = \sqrt{c^2 - \frac{h}{v}}$$

وإذا كانت الحركة منتظمة التقدير يكون

$$c = \sqrt{c^2 - \frac{h}{v}}$$

العجلة في التحرك المستقيم حينئذ اتفق - العجلة المتوسطة - العجلة المتوسطة لحركة متغيرة حينئذ اتفق في زمن

معين هي عجلة التحرك المنتظم التغير الذي يستعمله المتحرك في المدة المفروضة لقطع نفس المسافة التي قطعها بحركة

متغيرة



فقياسا على كون مقدار العجلة  $و = \frac{ع-ع}{ز}$  المستخرج ذلك من قافوت  
 $ع = ع + و ز$

تكون العجلة المتوسطة هي النسبة الكائنة بين ازدياد السرعة وبين ازدياد الزمن  
 اعني اذا فرض أن متحركا يتحرك بحركة مستقيمة متغيرة حيثما اتفقت ورمز برمزي  $ع$  ،  $ع$  لسرعته في الزمنين  
 $ز$  ،  $(ز ي)$  تكون العجلة المتوسطة في مدة الزمن  $ي$  هي  $\frac{ع-ع}{ي}$   
 العجلة في لحظة معينة - العجلة في لحظة معينة هي النهاية التي تميل اليها نسبة ازدياد السرعة الى ازدياد الزمن  
 حينما يميل ازدياد الزمن نحو الصفر

فحينئذ اذا مال  $ي$  نحو الصفر فالكمية  $ع-ع$  تميل نحو الصفر أيضا انما العجلة المتوسطة  $\frac{ع-ع}{ي}$  تميل نحو نهاية  
 معينة و يكون هو بحسب التعريف عبارة عن العجلة في اللحظة  $ز$  اعني أن

$و = \frac{ع-ع}{ي}$  منها  $\frac{ع-ع}{ي}$  عندما تميل  $ي$  نحو الصفر

(الارتباطات الجبرية الواقعة بين المسافة والسرعة والعجلة في الحركة المستقيمة المتغيرة)

النهاية التي تميل اليها النسبة الكائنة بين ازدياد دالة  $ص$  وازدياد متغيرها  $س$  حينما يميل هذا المتغير نحو الصفر  
 تسمى مشتقة  $ص$  بالنسبة للكمية  $س$

اعني اذا كانت  $ص = د (س)$

فمشتقة الدالة تبين هكذا

$ص = د (س)$

ففي حركة مستقيمة حيثما اتفقت المسافة  $هـ$  والسرعة  $ع$  والعجلة  $د$  هي دوال للتغير  $ز$

وبناء على التعاريف السابقة تكون السرعة مشتقة المسافة والعجلة مشتقة السرعة

فاذا وضعنا  $هـ = د (ز)$  يكون

$ع = هـ = د (هـ)$  وتكون

$و = ع = د (هـ) = د (د (ز))$

ومعلوم في علم الجبر أولا ان مشتقة حاصل الجمع تساوي مجموع مشتقات اجزائه

ثانيا ان مشتقة دالة صحيحة مثل  $ع ز$  يحصل عليها بالقافوت

$د ع ز = ع ز + ع د ز$

مثال ذلك اذا كانت  $هـ = ع + د ز + ح ز + ل ز$

فيكون  $ع = ع + د + ح ز + ل ز$

$و = د + ح + ل ز$

سقوط الاجسام

من الامثلة المهمة للحركة المنتظمة العجلة سقوط الاجسام في الفراغ وسقوط الاجسام يتبع هذه القوانين الثلاثة



### الثلاثة الآتية

الاول - جميع الأجسام تسقط بسرعة واحدة في الفراغ

الثاني - المسافات المقطوعة تكون مناسبة لمربعات الازمان المستعملة لقطعها

الثالث - السرعة تكون مناسبة لزمن السقوط

ويمكن تحقيق القانون الاول بواسطة انبوبة نيوتون والاثنان الآخران بالمستوى المائل لغاليلي وبآلة آتود وجهاز موران وغير ذلك

### تجارب غاليلي

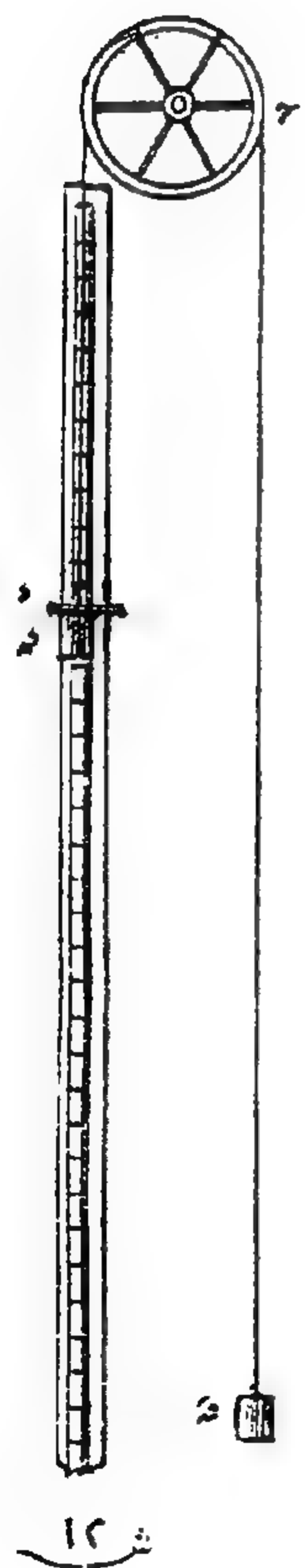
قد استعمل غاليلي المستوى المائل لأجل إيجاد قوانين سقوط الاجسام وهذا المستوى عبارة عن خيط مشدود تتدحرج عليه بكرة معلق في حاملها ثقل ويمكن ابطاء السرعة على حسب الارادة بتقليل زاوية المستوى المائل ثم تقاس المسافات المقطوعة بضبط تام نستنتج منها القوانين المطلوبة وقد شاهد غاليلي ان المسافات المقطوعة في المسافات الزمنية المتتالية المتساوية تكون مناسبة للأعداد الفردية

ولكن من المعلوم أن مجموع الأعداد الفردية الاولى التي عددها  $n$  هي  $n^2$  فيستند المسافات المحسوبة من ابتداء اللحظة الابتدائية هي مناسبة لمربعات الأزمان

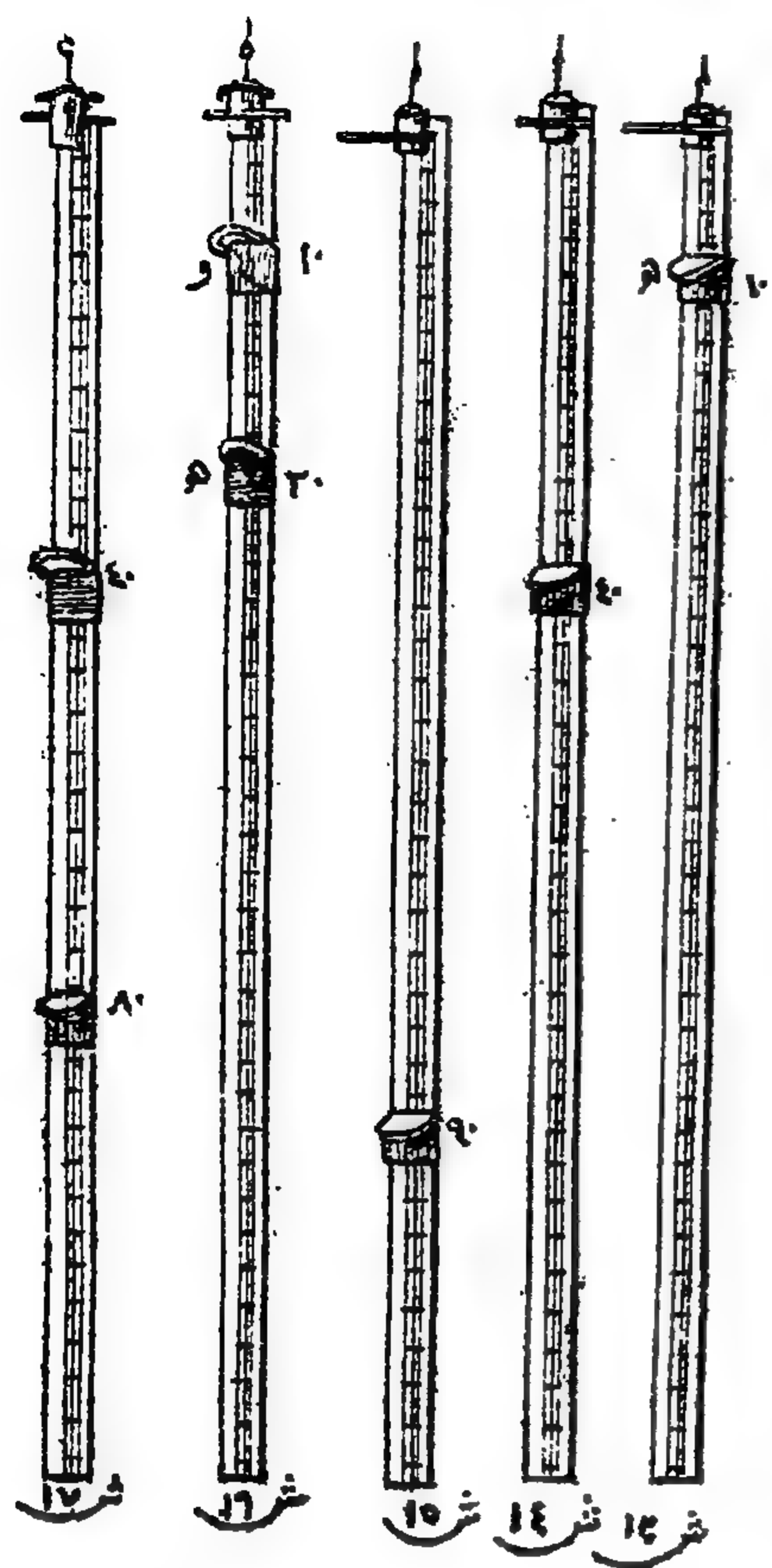
### آلة آتود

تركب آلة آتود من بكرة خفيفة  $h$  ش  $12$  يمر على مقرها خيط رفيع من الحديد يحل في طرفيه ثقلين  $m$  و  $m'$  بحيثان مع بعضها توازنا فاذا وضع على احد هذين الثقلين ثقل اضافي  $w$  فيحرك الثقلان والخيط في الاتجاه الذي وضع فيه هذا الثقل وبما ان الثقل  $w$  يحرك اثناء سقوطه الثقلين  $m$  و  $m'$  ينتج أن حركة تكون بطيئة عنها اذا سقط بمفرده في الفراغ وبذا تكون هذه الحركة سهلة المشاهدة ومقاومة الهواء للجسم غير محسوسة

قانون المسافات - لأجل تعيين القانون الذي تتغير تبعاً له المسافات التي يقطعها الجسم الساقط في الازمنة المتتالية تستعمل مطرقة رأسية مقسمة يسقط أمامها الثقل  $m$  و  $m'$  فيوقف أولاً هذا الثقل أمام صفر المطرقة الى اللحظة التي تبدئ فيها ثانية معينة يعرف ابتداءها بدق ساعة ثم يبحث بالاستقراء أي باعادة التجربة عدة مرات عن النقطة من المطرقة التي يلزم ان يوضع فيها قرص افقي  $h$  يتزلق على المطرقة بواسطة فكين يمكن تثبيتها عليها بواسطة سمار مقلوظ  $ش 13$  حتى يسمع ملاسة الثقل الساقط له مع دق الساعة الدال على انتهاء الثانية فتعلم







حينئذ المسافة م التي تقطع في ثانية ثم تعين بهذه الطريقة على التوالي المسافات م ١ م ٢ م ٣ التي تقطع في ثابنتين ثم في ثلاث ثوان وهكذا  
 ث ١ ث ٢ ث ٣ فبقارنة هذه النتائج يبيحها يرى أن المسافات  
 م ١ م ٢ م ٣ مناسبة للأعداد ١ ٤ ٩ أعني لمربعات الألفئة وهذا  
 القانون هو ما يعبر عنه بقانون المسافات

### قانون السرعة

إذا أريد قياس السرعة المكتسبة في الاوقات المختلفة من الحركة تستعمل  
 حلقة و تنزلق على المسطرة بنكبين ث ١ و هذه الحلقة تسبح بمرور  
 الثقل و منها من غير أن يلامسها و يقيس سير الثقل الإضافي و  
 لطول شكله فتوضع أولا الحلقة و على القسم م بحيث أنها تمنع الثقل  
 الإضافي و من السقوط بعد الثانية الأولى فبعد هذه اللحظة يتحرك  
 الثقل و حركة منتظمة بالسرعة التي كان عليها عند حذف الثقل الإضافي  
 و فيجئ حينئذ كما سبق عن النقطة من المسطرة اللازم وضع القرص م

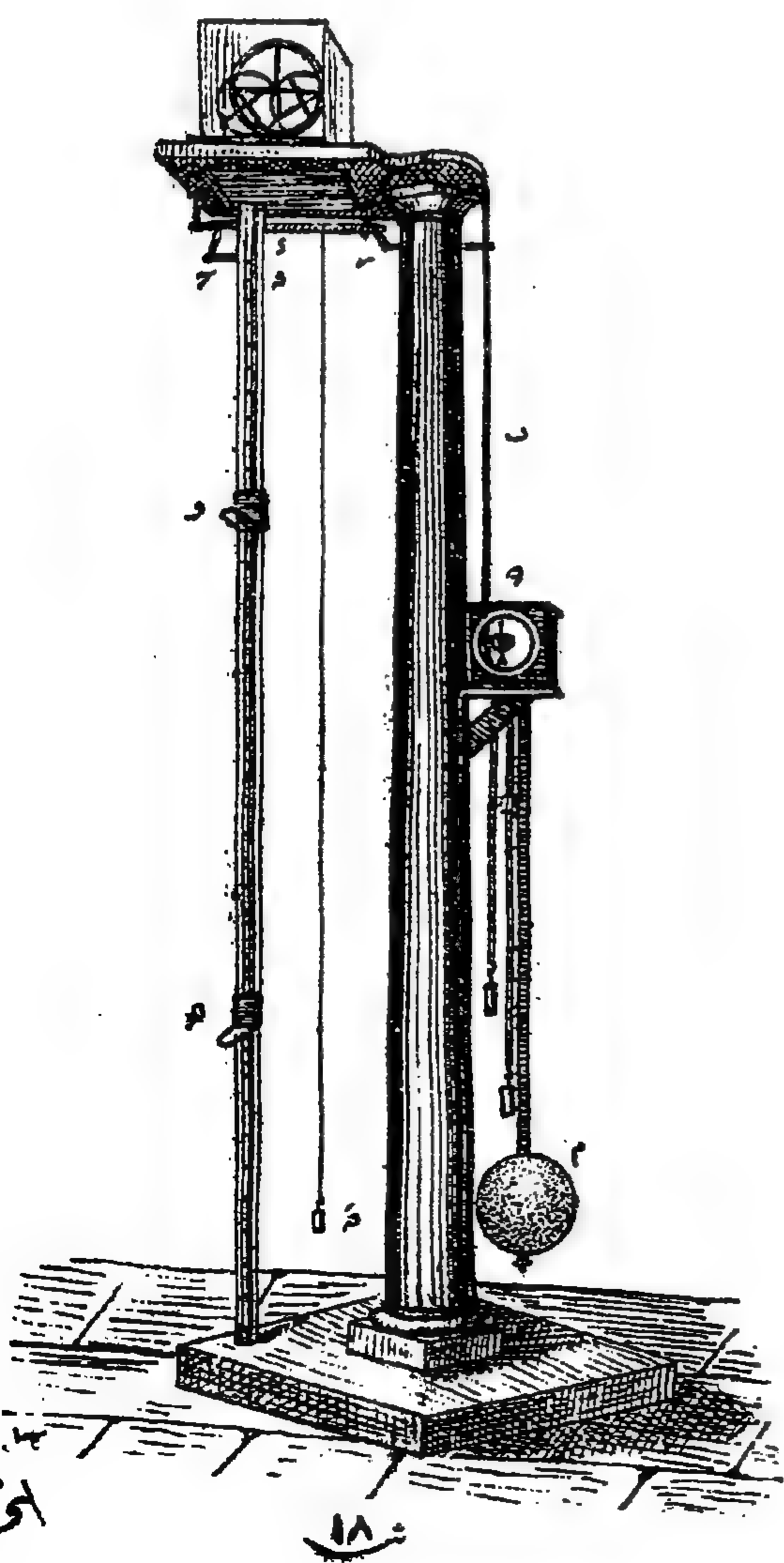
فيها حتى يسمع صوت صدمة الثقل له في انتهاء ثانية بعد إيقاف الثقل و فالبعد بين النقطتين و ١ م

يكون عبارة عن المسافة التي تقطع في ثانية أثناء  
 هذه الحركة المنتظمة أعني السرعة التي اكتسبها الجسم  
 بوصوله إلى نقطة و و حفظها أثناء تحركه من و إلى  
 ه و لكن س هذه السرعة ثم تعين بهذه الطريقة  
 السرعة م ١ م ٢ م ٣ التي اكتسبها الجسم بعد ثابنتين  
 ث ١ ثم ثلاث ثوان و الخ فيوجد أن م ١ م ٢ م ٣  
 الخ مناسبة للأعداد ١ ٤ ٩ ١٦ ٢٥ ٣٦ ٤٩ ٦٤ ٨١ ١٠٠  
 مناسبة للألفئة وهذا القانون هو ما يسمى بقانون  
 السرعة وآلة أورد المستعملة الآن لإثبات قانون  
 سقوط الأجسام مبينة بتامها في ث ١٨

و توجد معادلتان جبريتان لبيان قانون سقوط  
 الأجسام في الفراغ وهما

$$م = \frac{1}{2} g t^2 \quad س = g t$$

وفي هاتين المعادلتين م تدل على المسافة التي يتقطعها  
 الجسم ، و الزمن المستعمل لقطع هذه المسافة ، و س السرعة





التي يكتبها الجسم بعد الزمن من أما  $\mu$  فهو عدد ثابت يدل على المقدار الذي تزيد به سرعة الأجسام الساقطة في الفراغ في كل ثانية ويسمى بالجلة  $\mu$  وهو يختلف باختلاف العروض ومقدار  $\mu$  في مصر يساوي ٩٧٩١٢ متر

## بجهاز موداف

هذا الجهاز يتككب كافى ش ١٩ من اسطوانة رأسية ٢ مغطاة بفرخ من الورق وتتحرك بواسطة ثقل ب محرك

الطارة حـ وهذه الطارة تتشقق من جهة مع برمية غير منتهية في مصنوعة  
على محور الاسطوانة ومتعقبة من الجهة الثانية مع برمية غير منتهية أيضا  
في محورها الرأسى حامل لاجنحة د ا ف د تستعمل لتنظيم الحركة  
والثقل ط المحصورين دليلين من المعدن يحمل قلما واسما ه يرتكز على جسم  
الاسطوانة بواسطة زنبلك

وحينما نغير حركة الاسطوانة منتظمة يترك الثقل ط ونفسه بواسطة

سقاطه لدوم فالقلم يرسم على الاسطوانة المخطط البياني للحركة

وهذا الجهاز له أهمية عظيمة فيسمح لدراسة حركة الجسم في سقوطه

المطلق ولايجاد المسافة المقطوعة في مدة زمن صغير بقدر مايراد وزيادة

على ذلك فإن نتائج التجارب تتعين بنفس الحجم الساقط مباشرة ولا

محتاج لمهارة المحارب

# قانون المسافات

لأجل تحقيق قوانين سقوط الأجسام بواسطة المخفى المرسوم على سطح الأسطوانة

نفرد الفرخ الورق السابق ذكره بقطعه على حسب الرسم اهش

ثم يؤخذ على  $a$  أطوال متساوية  $ab, bc, cd, \dots$  الخ. تدل على

## أزمان متساوية

وفي نهاية الزمن  $\alpha$  يكون الثقل موجودا في  $\infty$  ويكون قطع في

التحول المسافة الرأسية  $z$  وفي نهاية الزمن  $t$  الذي هو

منعف ان يكون قطع المسافة  $\frac{1}{2}$  وباجراء المقياس نجد ان

$$2 \times 60 = 60 \times 2 = 120$$

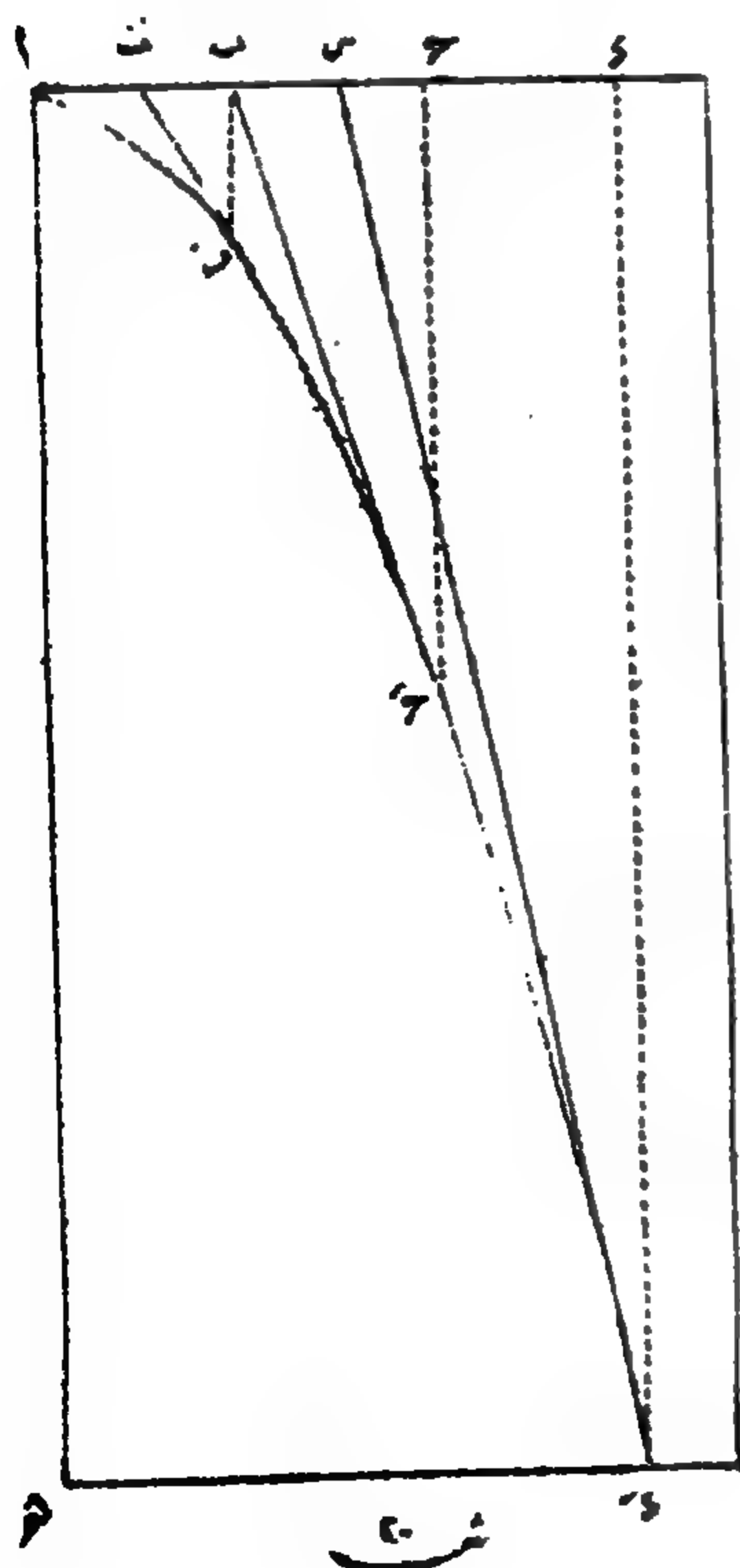
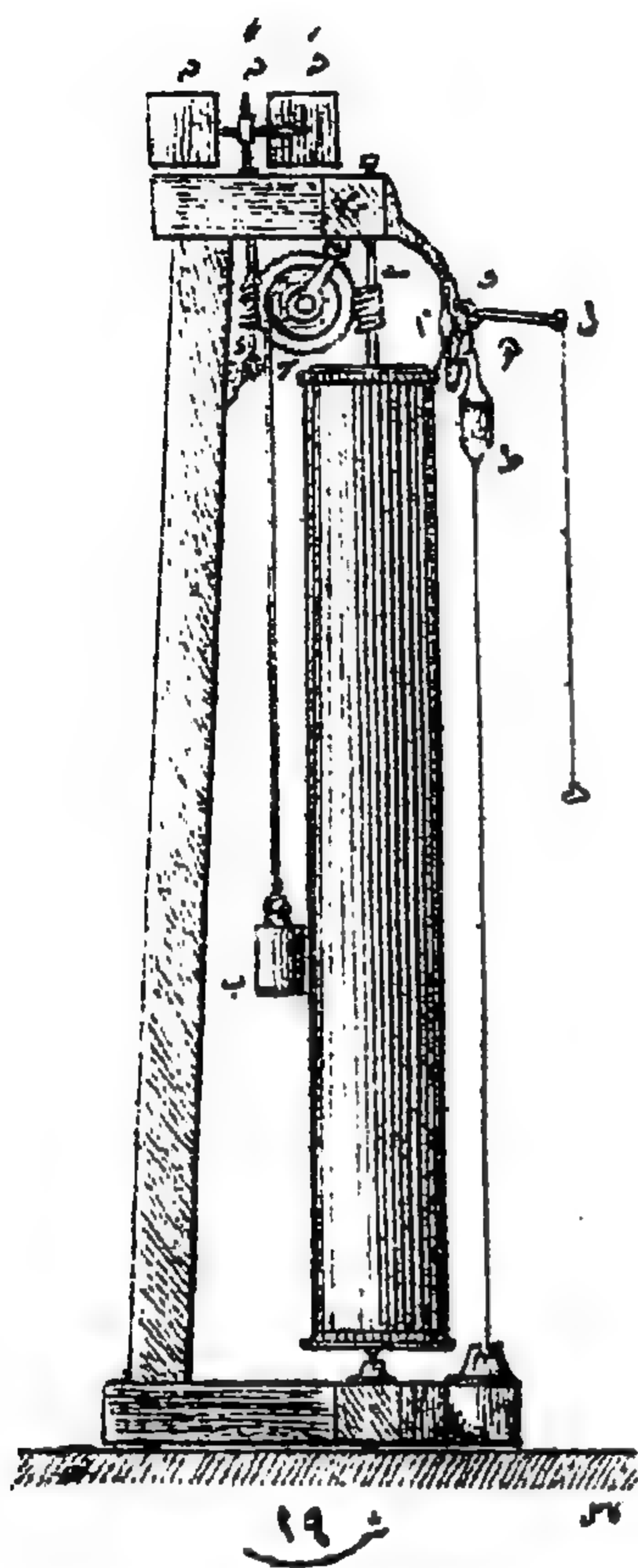
$$4 \times 6 = 6 \times 4 = 24$$

• • • • •

فحينئذ تكون المسافات المقطوعة في السقوط المطلق لجسم خارج من

السكون مناسبة لمربعات الارضان المستقلة لقطعها وهذا القانون يؤدي الى

## الغيب الآتية





(١٦)

$$\frac{b}{a} = \frac{c}{b} = \frac{d}{c}$$

التي تدل على أن المنحنى هو منحنى القطع المكافئ

### قانون السرعة

ولاجل تحقيق قانون السرعة نرسم مماسات للمنحنى من النقط  $a, b, c, d, \dots$  ونعلم أن المماس في

نقطة  $a$  يمر بالنقطة  $b$  التي هي منتصف المستقيم  $ab$  وبالمثل تكون المماسات في النقط  $b, c, d, \dots$  مارة على

التناظر بالنقط  $a, b, c, d, \dots$  التي هي منتصفات المستقيمتين  $ab, bc, cd, \dots$  بحيث أنه

إذا فرض أن  $a = b = c$  يكون  $b = c = d = e = f = \dots$  ونعلم أن ذلك إذا كانت

$$b = c = d = e = f = \dots$$

وحينئذ إذا كان طول جزء المستقيم  $ab$  الدال على زمن مساوٍ لثانية مقدار متر فإن السرعة  $v = \frac{1}{t}$  في

في النقط  $a, b, c, d, \dots$  ستعبر بطول الزوايا  $a, b, c, d, \dots$  ونعلم أن  $v = \frac{1}{t}$  ولكن

حيث أن الطول الدال على وحدة الزمان غير معلوم فنقرض أن  $\frac{1}{t}$  هو العدد المجهول الذي تضرب فيه جميع

الأطوال  $a, b, c, d, \dots$  لاجل أن يكون الطول الدال على ثانية واحدة مساوياً لمتر حينئذ يكون

$$v = \frac{1}{t} = \frac{1}{1} = 1$$

$$v = \frac{1}{t} = \frac{1}{1} = 1$$

$$v = \frac{1}{t} = \frac{1}{1} = 1$$

.....

ويرى من ذلك أن السرعة تكون مناسبة لزمن السقوط

وحينئذ فقوانين سقوط الأجسام تكون هي بالضبط قوانين الحركة المنتظمة للجلة للأجسام الخارجة من السكون ويمكن

حينئذ تحقيق أحد هذه القوانين حيث أن أحدها يثبت الآخر

### عجلة التناقل

قد شاهدنا من جهاز موران أن الجسم قطع تقريباً ٩٠ سم في الثانية الأولى من سقوطه وحينئذ فتكون عجلة التناقل

مساوية إلى ٩٨٠ ويزدادها بالكرف  $g$  ولجل الحصول على مقدار للجلة أكثر ضبطاً من السابق يجب الالتجاء إلى

البندول وهالك جدولاً مشتركاً على بعض النتائج التي صار الحصول عليها

مقدار العجلة $g$	عرض شمالية	سمات البلدات
٩٨٧٩١٢	٣٠	مصر
٩٨٠٨٨	٤٨	باريس
٩٨٤٨٩	٧٩	سيتقبرج
٩٧٨٠٦	٩٠	خط الاستوا

ويشاهد



وينا هـ من هذا الجدول ان مقدار ح يأخذ في الصغر من القطب الى خط الاستواء

قوانين خاصة بسقوط الأجسام في الفراغ

أولاً - في حالة سقوط الجسم بدون سرعة ابتدائية تكون المسافة و المقطوعة في نهاية الزمن ن مقداراً بالتوالي

$$س = \frac{ح ن^2}{2}$$

والسرعة ع في نهاية الزمن ن هي

$$ع = ح ن$$

والسرعة بدلالة الارتفاع و المقطوع هي

$$ع = \sqrt{2 س}$$

ثانياً - في حالة سقوط الجسم بسرعة ابتدائية ع تكون المسافة المقطوعة في نهاية الزمن ن هي

$$س = ع ن + \frac{ح ن^2}{2}$$

والسرعة في نهاية الزمن ن هي

$$ع = ع + ح ن$$

والسرعة بدلالة الارتفاع و هي

$$ع = \sqrt{ع^2 + 2 س}$$

ثالثاً - في حالة قذف الجسم رأسياً من أسفل الى أعلا بسرعة ابتدائية ع فالحركة تكون منتظمة التغير

وتكون المسافة المقطوعة في نهاية الزمن ن هي

$$س = ع ن - \frac{ح ن^2}{2}$$

والسرعة في نهاية الزمن ن هي

$$ع = ع - ح ن$$

والسرعة بدلالة الارتفاع و هي

$$ع = \sqrt{ع^2 - 2 س}$$

تليها - بناء على قانون ع = ع - ح ن يرى ان الجسم يرتفع كلما كانت السرعة موجبة ويصل الى نهاية

العظمى في الارتفاع حينئذ يكون ع = 0 . وحينئذ يكون ع = ح ن

$$ن = \frac{ع}{ح}$$

اعني ان زمن الصعود يساوي  $\frac{ع}{ح}$  وبوضع هذا المقدار في القانون هـ = ع ن -  $\frac{ح ن^2}{2}$  يحصل على أعظم

$$ارتفاع الجسم من القانون هـ = ع ن - \frac{ح ن^2}{2} = \frac{ع^2}{2 ح}$$

وحينئذ يرتفع الجسم المقذوف رأسياً من أسفل الى أعلا بسرعة ع ارتفاعاً قدر  $\frac{ع^2}{2 ح}$

الحركة المخنية

اعلم ان سرعة حركة نقطة تتعلق في آن واحد بمقدارها وباتجاهها وأن سرعة الحركة المستقيمة تكون دائماً



مجهة جهة الحركة - وفي اتجاه خط سير المحرك لكن سرعة الحركة - المخينة الحيثا اتفق تغير دائما باتجاهها وكذلك مقدارها وقد يصطلح على ما يأتي في الحركة المخينة

أولا إذا فرض محرك يرسم مخنيا حيثما اتفق.  $م م$  ب على حسب قانون معلوم  $ه = و (نر)$  وكان  $م م$  هما وضعاه في الزمنين  $نر$  ،  $نر + و$  فإن الانتقال المتوسط في مسافة زمنية  $و$  يكون هو الوتر  $م م$  للقوس المقطوع على خط السير في مدة هذه المسافة

وأن مقدار واتجاه وجهة الانتقال المذكور تكون هي مقدار واتجاه وجهة الجزء المستقيم  $م م$  وثانيا تكون السرعة المتوسطة هي سرعة حركة - مستقيمة منتظمة - التي يستعملها المحرك في المدة  $و$  لقطع الوتر  $م م$  في المدة المذكورة ومقدارها هي نسبة  $\frac{\text{الوتر } م م}{و}$  واتجاهها هو اتجاه المستقيم  $م م$

وثالثا تكون السرعة في اللحظة  $نر$  هي النهاية التي تميل إليها السرعة المتوسطة أثناء ازدياد الزمن  $و$  حيثما يميل هذا الازدياد نحو الصفر ومقدارها هو  $ع = نها \frac{\text{الوتر } م م}{و}$  عندما يميل  $و$  نحو الصفر واتجاهها هو اتجاه ماس خط السير في نقطة  $م$  وجهتها هي جهة الحركة - في هذه النقطة

رابعا - نظريته - مقدار السرعة في اللحظة  $نر$  هو مشتقة المسافة بدلالة الزمن لأنه من المعلوم أن  $ع = نها \frac{\text{الوتر } م م}{و}$  وإذا ضرب البسط والمقام في القوس  $م م$  يكون

$$ع = نها \frac{\text{قوس } م م \times \text{وتر } م م}{و \times \text{قوس } م م} \text{ أعني أن}$$

$$نها \frac{\text{الوتر } م م}{\text{قوس } م م} \times نها \frac{\text{قوس } م م}{و}$$

وحيث أن نهاية النسبة الأولى مساوية للوحدة تكون

$$ع = نها \frac{\text{قوس } م م}{و}$$

وإذا فرضنا بالزمنين  $ه$  ،  $ه$  للمسافتين المقطوعتين على خط السير في الزمنين  $نر$  ،  $نر + و$  يكون

$$ع = نها \frac{ه - ه}{و}$$

أعني أن  $ع = و (نر)$  وهو المطلوب

خامسا والجملة الماسة في اللحظة  $نر$  هي مشتقة السرعة وهي مجهة على حسب اتجاه الماس للنحن فإذا صارت الحركة مستقيمة فإن الجملة الماسة تكون هي عين الجملة في المحرك المستقيم المنتظم التغير وقد وصفت بالجملة الماسة بالنظر لأتجاهها ليس إلا لأنها ليست هي الجملة الوحيدة التي تعتبر في الحركة المخينة

مبادئ على حركة جملة مادية غير متغيرة

تعريف - الجملة غير متغيرة هي ما تكونت من جملة نقط أبعادها عن بعضها غير متغيرة لأجل تعريف جملة غير متغيرة يلزم معرفة الأبعاد الكائنة بين ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة

١١٢ - من الجملة المذكورة ثم أبعاد كل من النقط الأخرى عن الثلاثة نقط المذكورة على التناظر

وضع



فوضع وحركة جملة مادية في الفراغ تكونان مبيتين متى علم وضع وحركة المثلث  $abc$  والحركات الأبط ما يكون للجملة غير متغيرة هي الحركة الانتقالية والحركة الدورانية

### الحركة الانتقالية

تعريف - الجملة الغير متغيرة تكون حركتها انتقالية متى كانت اضلاع مثلث مثل  $abc$  المكون لجزء منها باقية على الدوار موازية لوضعها الاصل

وفي هذه الحركة كل مستقيم مثل  $mn$  واصل بين نقطتين حيثما اتفق من الجملة يكون موازيا لوضعه الاصل وجميع نقط الشكل ترسم في آن واحد اقواسا متساوية ومتوازية بحيث تكون سرعتها في أي لحظة حيثما اتفق متساوية ومتوازية أيضا

وعليه فتكون السرعة المشتركة لجميع نقط الجملة المذكورة هي سرعة الحركة الانتقالية في اللحظة المفروضة وتتغير كما اذا كان المعلوم حركة نقطة واحدة فقط فحركة المكبس داخل جسم الطلبة من قبيل الحركة الانتقالية المستقيمة وحركة كفتي الميزان دو برقال من قبيل الحركة الانتقالية المنحنية

### الحركة الدورانية حول محور

تعريف - الجسم يكون له حركة دورانية حول محور متى رسمت جميع نقطه محيطات دوائر مستوياتها عمودية على هذا المحور

وفي هذه الحركة جميع نقط الجسم ترسم في آن واحد اقواسا متشابهة واطوالها مناسبة لانصاف اقطارها وحينئذ يكون

$$\frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2} = \frac{v_3}{r_3} = \omega$$

وعلى ذلك اذا رمزنا بالحروف  $v, r, \omega$  للمسافات المقطوعة في آن واحد بالنقط التابعة لها عن المحور هي  $v, r, \omega$  نجد

$$\frac{v}{r} = \frac{v}{r} = \frac{v}{r} = \omega$$

السرعة الزاوية - السرعة الزاوية هي سرعة النقطة المتباعدة عن محور الدوران ببعد مساو للوحدة فاذا رمز للسرعة المذكورة بالرمز  $\omega$  والسرعة نقطة حيثما اتفق بالرمز  $v$  ولبعد تلك النقطة عن محور الدوران بالرمز  $r$  فان سرعة النقطة المذكورة تكون مساوية لحاصل ضرب السرعة الزاوية في بعدها عن محور الدوران اعني يكون  $\omega = \frac{v}{r}$

وللبرهنة على ذلك يقال حيث ان المسافات المقطوعة في آن واحد مناسبة لابعاد النقط عن محور الدوران يكون

$$\frac{v}{r} = \frac{v}{r} = \frac{v}{r} = \omega$$

$$\omega = \frac{v}{r}$$

والحركة الدورانية تكون منتظمة او متغيرة على حسب ما يكون السرعة الزاوية  $\omega$  ثابتة او متغيرة ثم ان سرعة الحركة المنتظمة الدورانية تعين غالبا بعدد الدورات التي يصنعها الجسم في مدة معينة وبمهل استخراج



السرعة الزاوية منها

فاذا زجر جرف في عدد الدورات التي يصنعها الجسم في الدقيقة الواحدة فان النقطة المتباعدة عن المحور يبعد مساو لمتر ترسم في مدة ستين ثانية قوسا طوله  $\frac{2}{3} \times \pi$  ط والسرعة الزاوية تكون حينئذ هي

$$ح = \frac{\frac{2}{3} \times \pi}{\frac{2}{3}} = \pi$$

### تمريعات

(١) المطلوب رسم الخط البياني لحركات معلومة بالمعادلات الآتية التي فيها ج ، ع كميات موجبة

$$١ \quad ح = ع + ع \quad نر$$

$$٢ \quad ح = ع - ع \quad نر$$

$$٣ \quad ح = ع + ع \quad نر$$

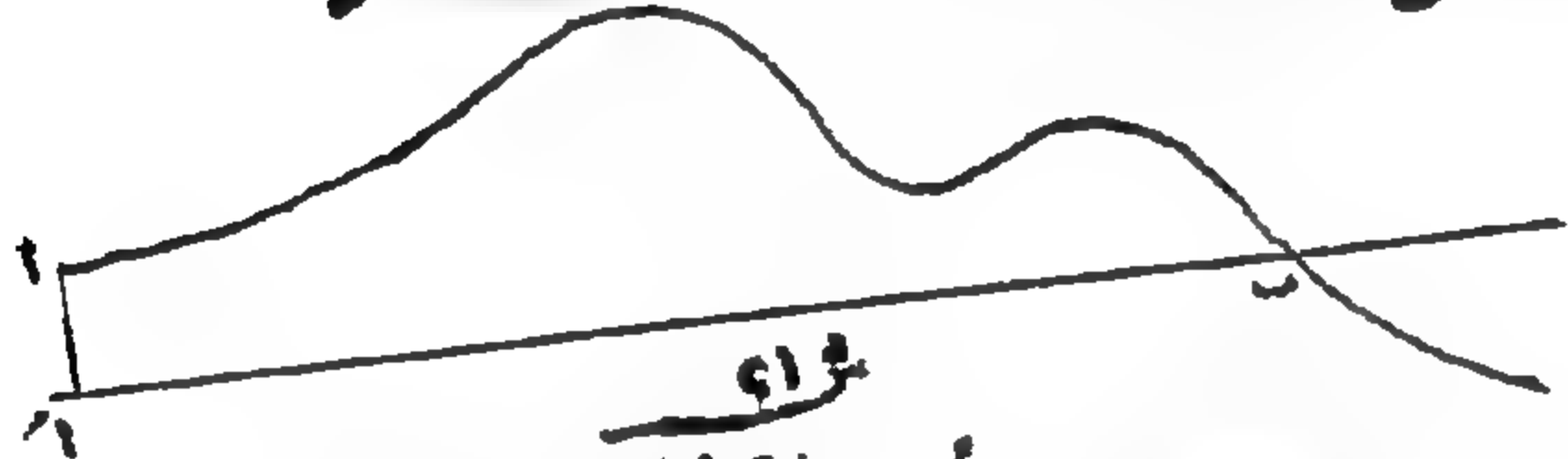
$$٤ \quad ح = ع - ع \quad نر$$

(٥) المطلوب البرهنة على ان المعادلة  $ح = ع \quad نر + ك \quad نر$  تدل على حركة منتظمة البجلة

(٦) المطلوب حركة بمعادلتها  $ح = نر + نر$  والمطلوب أولا رسم الخط البياني للحركة وثانيا رسم الخط البياني للسرعة

(٧) المطلوب حركة بمعادلتها  $ح = ك \quad نر$  والمطلوب أولا ايضاح قانون الحركة وثانيا قانون السرعة

(٨) المطلوب ايجاد مقدار البجلة في نهاية الزمن  $نر$  لحركة متغيرة حيثما اتفق معلومة بالمعادلة  $ح = ك \quad نر$

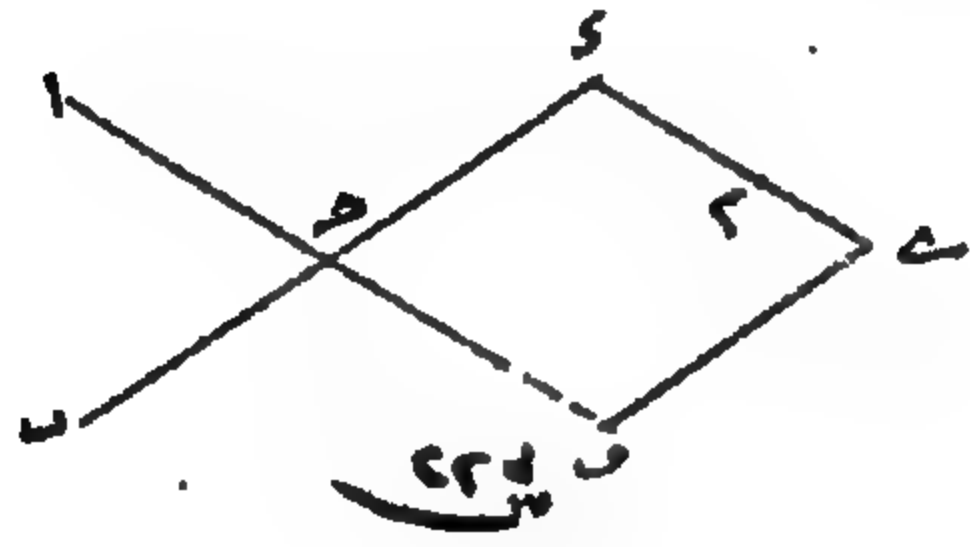


(٩) المطلوب مناقشة الحركة المعلوم بالمختص البياني اب شك

(١٠) المعاور المختص البياني لحركة ما والمطلوب ايجاد المختص البياني للسرع وبالعكس

(١١) المعاور نقطة متحركة باستقام على محيط دائرة والمطلوب مناقشة حركة مسقطها على أحد اقطار الدائرة

المذكورة ورسم المختصات البيانية



(١٢) المعاور المعين المفضل ح ، ع ف مثبت في نقطة ح والنقطتان

ا ، ب يتحركان باستقام والمطلوب مناقشة حركتي النقطة ع

والنقطة م شك

(١٣) المطلوب نئين سرعة النقطة الارضية التي عرضها ل في الحركة اليوميّة

(١٤) المطلوب رسم الخط البياني لقطارات السكة الحديد من بعد معلومية المعاليم الناتجة من الأدلة الخاصة

بالسكة الحديد ثم معرفة اللحظة والوضع اللذين فيها يتقابل قطارات منها بفرض أن الحركات منتظمة

الحركة المنتظمة المتغير

(١٥) المطلوب ايجاد المسافة المقطوعة في الزمن  $نر$  بمعلومية الخط البياني للسرع

(١٦) المطلوب البرهنة على أن مجموع المسافات المقطوعة في خطوات متساوية البعد عن منتصف الزمن المفروض

ثابت ومقدار هذا المجموع المذكور يكون بعينه كما لو كانت سرعة التحرك في هذه الخطوات هي سرعة منتصف



- منتصف هذا الزمن ثم استنتاج معادلة المسافة المقطوعة في مدة الزمن  $t$
- (١٤) المطلوب البرهنة على أن المسافات المقطوعة بجسم ساقط سقوطا مطلقا في ازمان متساوية متتالية تكون مناسبة للأعداد الفردية المتتالية على التناظر
- (١٥) المطلوب البرهنة على أن المسافة المقطوعة في مدة الزمن  $t$  تكون مساوية لخارج قسمة فرق مربعي سرعتين في نهاية وابتداء الزمن المذكور على ضعف الجبهة
- (١٦) السرعة المتوسطة في زمن معين هي المتوسط العددي للسرعتين المقطوعتين في ابتداء وانتهاء الزمن المذكور وهي مساوية للسرعة المقابلة لمنتصف هذا الزمن
- (١٧) المطلوب البرهنة على أن منتصف ازدياد مربع السرعة يكون مساويا لحاصل ضرب الجبهة في المسافة المقطوعة
- (١٨) المطلوب معرفة الزمن الذي في نهايته يرتقى المقذوف الخارج بسرعة من أسفل الى ارتفاع  $h$  ثم مناقشة

### القانون

- (١٩) من بعد معلومية أن الجسم المقذوف رأسيا من أسفل الى أعلا يمر مرتين في نقطة معينة فها هو البرهان على أن سرعته في النقطة المذكورة في كل من المراتين تكون واحدة

### تركيب الحركات

المتحرك لا يكون له سرعة حركة واحدة في الفراغ ولذا راسة هذه الحركة تعتبر غالبا كأنها محصلة جملة حركات آتية فاذا تخرجت كرة على ظهر سفينة سائرة في نهر فإن مجموع الاوضاع التي تأخذها الكرة المذكورة على ظهر السفينة تكون هي الحركة النسبية لهذه الكرة بالنسبة للسفينة ولكن بالنسبة لراصد موجود على شاطئ النهر فإن الكرة المذكورة لا تكون لها هذه الحركة النسبية فقط بل تكون لها حركة مشتركة أيضا مع السفينة وحينئذ فالحركة الحقيقية للكرة أو حركتها المطلقة يمكن اعتبارها كمحصلة حركتين آتيتين ومعرفة الحركات المركبة يوصل لتعيين الحركة المطلقة للحرك

ففي المثال السابق يمكن في كل لحظة معرفة وضع السفينة بالنسبة للشاطئ ووضع الكرة بالنسبة للسفينة ثم تعيين وضع الكرة في الفراغ

وعلى ذلك فيحصل على خط السير الحقيقي للكرة وعلى النقطة التي توجد فيها على خط السير المذكور في لحظة ما وحينئذ فحركة الكرة تكون معينة تعيينا تاما والحركات المركبة يمكن تعدادها فالنهر مثلا يشترك مع الأرض في الحركة اليومية ويشترك معها أيضا في حركتها السنوية وهكذا

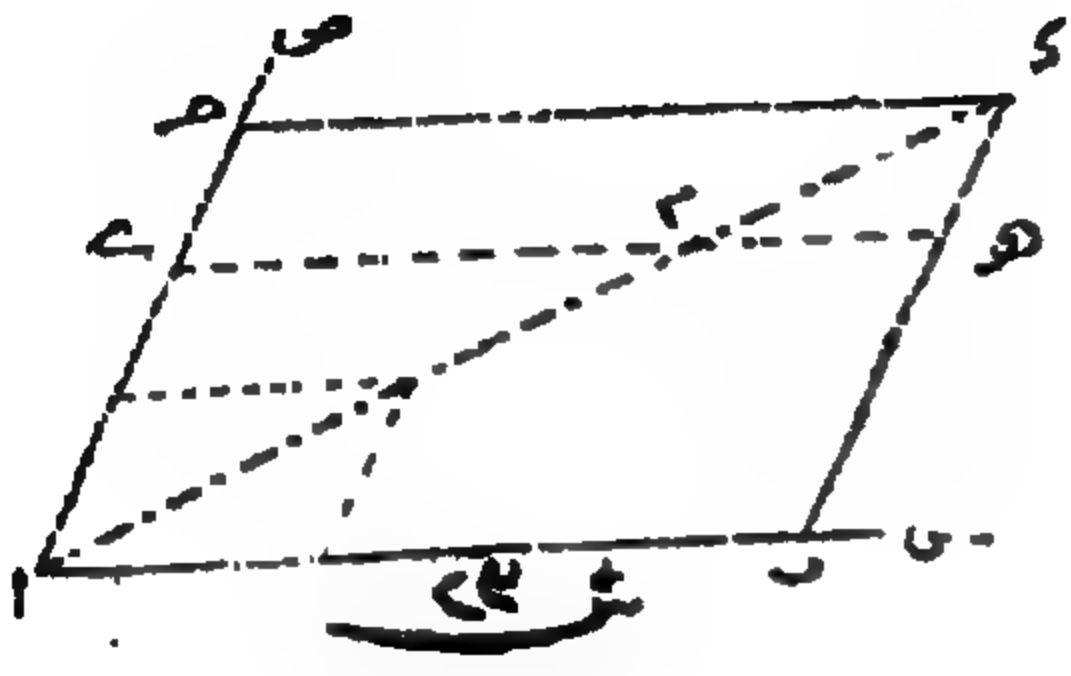
وعلى أي حال فإن الحركة المطلقة للحرك يمكن استنتاجها دائما من الحركات المركبة وسنستكمل على بعض الحالات البسيطة تركيب الحركات فقول

تركيب الحركات عبارة عن إيجاد حركة متحرك له جملة حركات آتية ويلزم لذلك أولا تعيين خط سير المتحرك وثانيا تعيين سرعته في كل لحظة من الحركة



## الحركات المنتظمة تركيب حركتين آتيتين مستقيمتين ومتنظمتين متوازي أضلاع السرعة

نظريه - متوازي أضلاع السرعة - محصلة الحركتين الآتيتين المستقيمتين المتنظمتين هي حركة مستقيمة ومنتظمة وأن سرعة الحركة المحصلة تبين مقداراً واتجاهاً بقطر متوازي الأضلاع المنشأ على سرعتي الحركتين المركبتين فإذا فرض أن نقطة مثل ١ ش ٣ تتحرك بانتظام على المستقيم أس أثناء تحرك المستقيم المذكور بالتوازي لنفسه بحيث أنه عندما تأق النقطة ١ في نهاية الزمن س في نقطة ب من المستقيم أس تكون النهاية ١ من المستقيم المذكور قطعت بانتظام المسافة ١ ح من المستقيم ١ ص وبأق المتحرك حينئذ في نقطة د ويكون  $د ع = ا ب$



فبذلك نرى أن المتحرك يسير من ١ إلى د على اتجاه القطر اء لموازي الأضلاع ولذلك نجث عن وضع المتحرك في نهاية زمن ما س عندما يأتق المستقيم ١ ب في الوضع د ه وحينئذ يقال حيث أن الحركة منتظمة يكون

$$\frac{ا ب}{س} = \frac{ا ح}{س}$$

ولكن في أثناء الزمن س تقطع النقطة ١ المسافة س على الاتجاه ا ب ويكون

$$\frac{س}{ا ب} = \frac{س}{ا ح} \text{ ومنها يحدث}$$

$$\frac{ا ب}{ا ح} = \frac{س}{س}$$

لكن من تشابه المثلثين ا ب م ، ا ح د وبناء على كون د ع = ا ب يكون

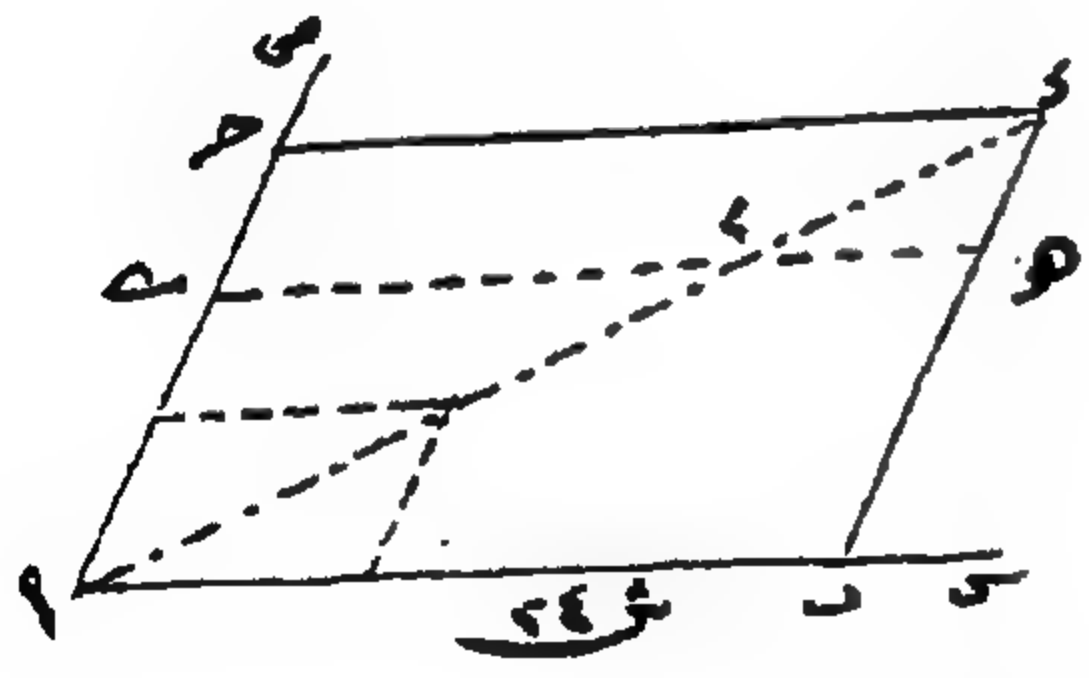
$$\frac{ا ب}{ا ح} = \frac{ا ح}{ا ب} \text{ وعليه يكون}$$

$$س = ا ب$$

وحيث أن النقطة ١ تسير دائماً على اء

وثانياً نبرهن على أن المتحرك يتحرك على القطر المذكور بانتظام

ولذلك يقال أنه من النسب  $\frac{ا ب}{ا ح} = \frac{ا ح}{ا ب} = \frac{س}{س}$  يرى أن نقطة ١ تتحرك على اء بحركة منتظمة حيث أن المسافتين ا ب ، ا ح مناسبة لزمني قطعها



وثالثاً نبرهن على أن سرعة المتحرك تكون معينة بقطر متوازي الأضلاع المنشأ على سرعتي الحركتين المركبتين

ولذلك يقال أنه إذا فرض أن ا ب ، ا ح يدلان على سرعتي الحركتين

المركبتين فإن ا ب يدل على سرعة الحركة المحصلة حيث أنه عبارة عن المسافة المقطوعة في وحدة الزمن وجميع القوانين الخاصة بتوازي أضلاع القوى من علم الاستاتيكا يمكن تطبيقها على متوازي أضلاع السرعة

فحينئذ إذا



حينئذ اذارمنا بالرمز  $c$  ،  $c$  للسرعتين المركبتين وبالحرف  $c$  للسرعة المحصلة يكون

$$c = c_1 + c_2 + c_3 + \dots$$

$$\frac{c}{c_1} = \frac{c}{c_2} = \frac{c}{c_3} = \dots$$

نتيجة اذا كانت السرعتان على استقامة واحدة فان المحصلة تكون مساوية لمجموعهما ان كانتا متجهتين في جهة واحدة ولفرقتهما ان كانتا متجهتين في جهتين متضادتين

### كثير اضلاع السرعة

اذا كان لنقطة مادية عدد حيثما اتفق من السرعة الآتية فانه يمكن تعيين محصلتها بتكوين كثير اضلاع السرعة كما في مسألة القوى والاستاتيكا

### متوازي سطوح السرعة

محصلة ثلاث سرع آتية ليست موجودة في مستوي واحد يمكن إيجادها بواسطة متوازي سطوح السرعة كما في مسألة القوى من علم الاستاتيكا أيضا واذا كانت السرعة المذكورة متعامدة يكون بناء على ما تقدم أيضا

$$c = c_1 + c_2 + c_3 + \dots$$

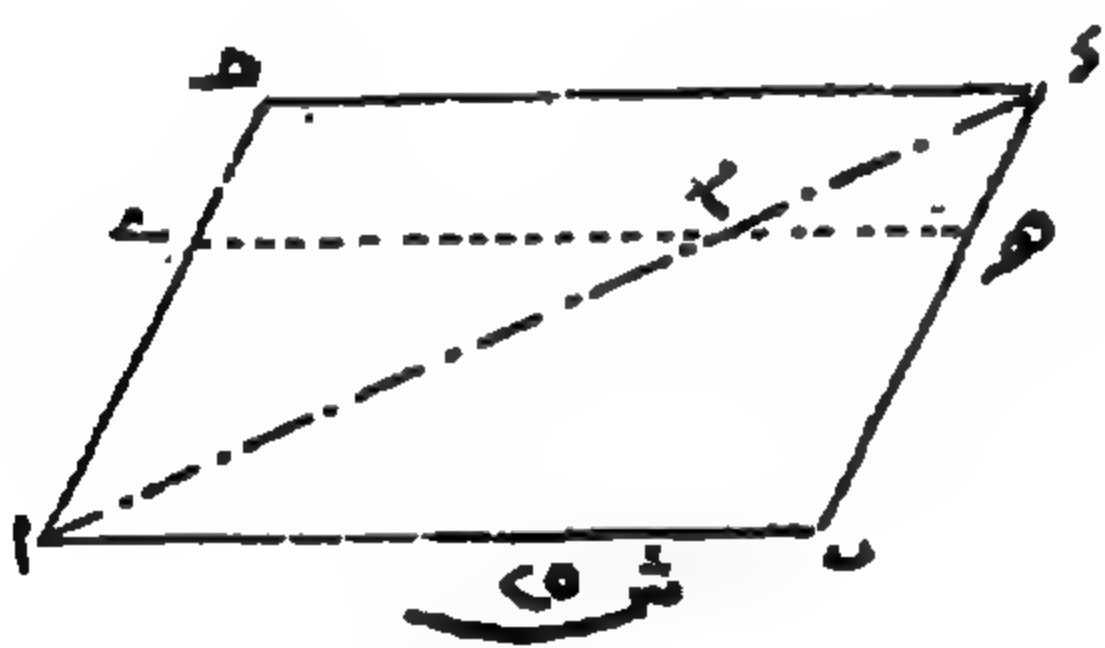
$$c = c_1 + c_2 + c_3 + \dots$$

$$c = c_1 + c_2 + c_3 + \dots$$

$$c = c_1 + c_2 + c_3 + \dots$$

### الحركات المنتظمة التغير

نظريته - محصلة الحركتين الآتيتين المستقيمتين المنتظمتين العجلة الخاليتين من السرعتين الابتدائيتين هي حركة مستقيمة ومنتظمة التغير وان عجلة الحركة المحصلة هي قطر



متوازي الاضلاع المنشأ على عجلتي الحركتين المركبتين

فاذا فرض ان نقطة ١ ش هي تحرك على المستقيم اب بحركة منتظمة

العجلة وبدون سرعة ابتدائية بحيث انها تأق في نقطة ب في نهاية

الزمن ث اثناء تحرك الخط اب بالتوازي لنفسه بحركة منتظمة

العجلة أيضا ونهايته ١ تقطع المسافة ٢ في مدة الزمن ث المذكور فان النقطة ١ تأق في نقطة ٢

في نهاية هذا الزمن ويكون ح = د = ا ب

فنبرهن أولا على ان المتحرك يسير من ١ الى د على القطر او من متوازي الاضلاع

ولذلك نفرض ان ه هو الوضع الذي يشغله المستقيم اب في نهاية الزمن ث فيكون

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

ولكن في اثناء الزمن ث المذكور يكون المتحرك قطع المسافة س على اتجاه المستقيم ا ب ويكون



$$(٤٤) \quad \frac{س}{ا١} = \frac{ن١}{ن٢} \text{ ومنها يحدث}$$

$$\frac{ا١}{ا٢} = \frac{س}{س} \quad \text{أو} \quad \frac{ا١}{ا٢} = \frac{ا٢}{ا١} \text{ يكون}$$

$$س = ا٢$$

ويستند والنقطة ٢ تكون موجودة دائما على اء ويكون حينئذ خط سيرها مستقيما ومتجها في اتجاه قطر متوازي الاضلاع اء و ح

وثانيا نبرهن على أن المتحرك يتحرك بحركة منتظمة التغير

ولذلك يقال أنه من النسب  $\frac{ا١}{ا٢} = \frac{ا٢}{ا١} = \frac{ن١}{ن٢}$  يتضح أن حركة النقطة ٢ منتظمة التغير  
وثالثا نبرهن على أن عجلة المتحرك تكون مبينة بقطر متوازي الاضلاع المنشأ على عجلتي المركبتين  
لأنه إذا كان س هي الوحدة الزمنية فيكون ا١ ، ا٢ ، ا٣ هي انصاف عجالات المركبتين المركبتين  
والحركة المحصلة

فإذا كان ب ، ب١ ، ب٢ هما عجلا المركبتين المركبتين ، ب هي عجلة الحركة المحصلة فإنه يحدث

$$ب = ب١ + ب٢ + ب٣$$

الحركة المنتظمة - الحركة المنتظمة التغير

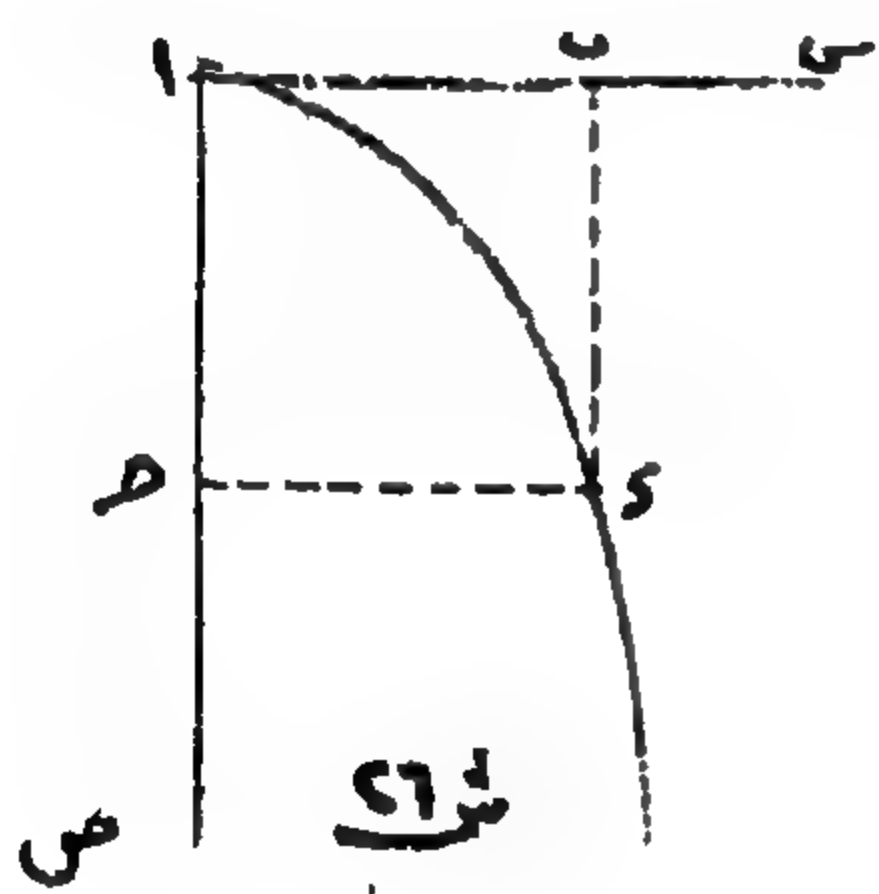
حركة المقذوفات

الجسم المقذوف افقيا - اذا اعتبرت حركة متحرك محصلة حركتين آتيتين احداهما منتظمة في اتجاه الافقى اس

سرعتها ع والاخرى منتظمة العجلة في اتجاه الرأسى ا ص عجلتها ح

فأنه في نهاية الزمن س يكون المتحرك في نقطة د التي هي رأس المستطيل

ا ب د ح الذي فيه



$$(١) \quad ا١ = ع س$$

$$(٢) \quad ا٢ = ح س$$

وحينئذ من معادلة (١) يحدث

$$ن١ = \frac{ا١}{ع}$$

وعليه تقول معادلة (٢) الى

$$ا٢ = ح س \times \frac{ا١}{ع}$$

ومنها يكون  $\frac{ا١}{ا٢} = \frac{ع}{ح}$  لكن  $\frac{ع}{ح}$  كمية ثابتة

حينئذ تكون الاحداثيات الرأسية لخط السير اء المقطوع بالمتحرك مناسبة لمربعات الاحداثيات

الافقية وعليه فيكون قطاعا مكافئا محوره ا ص ورأسه نقطة ١ واذا جعل ا ب = ص ، ا ح = س

$$، \frac{ع}{ح} = س \quad \text{فإن المعادلة السابقة تقول الى} \quad ص = س$$

الجسم



الجسم المقذوف على زاوية حيثما اتفقت - اذا فرض جسم مقذوف على زاوية  $\theta$  بسرعة  $v$  وكان له حركتين آيتين احدها منتظمة في اتجاه  $ab$  والاخرى منتظمة المتغيرة مشعبة للتثاقل وموجهة من اعلاه الى اسفل عجلتها  $g$  وكان المطلوب معرفة خط السير فانه يلزم تعيين وضع المتحرك في نهاية الزمن  $t$  خط السير - اذا لم يكن للمتحرك سوى السرعة  $v$  في نهاية الزمن  $t$  فانه يقطع المسافة بشكل  $ac$  الناتجة من المعادلة

$$ab = v t$$

ولكن في هذه المدة يؤثر التثاقل عليه وينخفضه بكمية تعلم من القانون

$$b = \frac{g t^2}{2}$$

وحينئذ فالمتحرك يكون موجودا في نقطة  $m$  ويكون وضع

النقطة  $m$  معينا اذا علم  $a$  و  $b$  و  $m$

ولذلك نفرض ان  $a = s$  و  $b = c$  و  $m = v$  مع ملاحظة

ان  $v = c - b$  وحينئذ يحدث

$$s = c - \frac{g t^2}{2} \quad (1)$$

$$v = c - \frac{g t^2}{2} \quad (2)$$

وهناك هاتين المعادلتين يمكن تعيين وضع المتحرك في أي لحظة فاذا حذف الزمن  $t$  من

معادلتى (1) و (2) فانه يتحصل على معادلة خط السير هكذا

$$v = s - \frac{g s^2}{c^2}$$

وهي معادلة القطع المكافئ

مسحة الرمي - اذا فرض ان  $h$  هي النقطة التي فيها يأتى المتحرك ثانيا على الأفق المار بنقطة

الابتداء فان المسافة  $ah$  تسمى بسعة الرمي وفي هذه النقطة  $h$  يكون الاسد في الرأسى معدوما

وحينئذ يمكن ايجاد مقدار سرعة الرمي بجعل  $v = 0$  في قانون (2) والبحث في معادلة (1) عن مقدار

$s$  المقابل له لكن متى كان  $v = 0$  فيكون

$$c - \frac{g s^2}{c^2} = 0 \quad \text{أو}$$

$$s = \frac{c^2}{g} \quad (3)$$

وهذه المعادلة الاخيرة تتحقق بجعل  $v = 0$

وفي هذه الحالة يكون المتحرك في نقطة الابتداء  $a$  التي فيها يكون الاسد في الرأسى معدوما وتتفق

ايضا بجعل  $c = \frac{g s^2}{c^2}$  الذي يكون مطابقا للنقطة  $h$  ولكن في هذه الحالة

$$s = \frac{c^2}{g} \quad (3)$$

م . دينا ميك

وبوضع مقدار  $z$  هذا في معادلة (١) يتحصل

$$s = \frac{g \sin \alpha}{g \cos \alpha} = \frac{g \sin \alpha}{g \cos \alpha} \text{ أو } s = \frac{g \sin \alpha}{g \cos \alpha}$$

$s = \frac{g \sin \alpha}{g \cos \alpha}$  وهو مقدار السعة المطلوب (٤)

السعة الأعظم ما يمكن - إذا غيرت الزاوية التي يقذف المقذوف عليها بسرعة ثابتة  $\alpha$  فإن سعة الرمي تتغير ولكن حيث أن العامل  $g \cos \alpha$  يصل إلى نهايته العظمى إذا كان  $\alpha = 90^\circ$  وفي هذه الحالة يكون

$$s = \frac{g \sin 90^\circ}{g \cos 90^\circ} = \frac{g}{0} = \infty$$

فيئذ متى قذف المقذوف على زاوية قدرها  $90^\circ$  فإن سعة رميته تكون أعظم ما يمكن وفي هذه الحالة قانون (٤) يؤول إلى  $s = \frac{g}{0} = \infty$

وهي أكبر مسافة أفقية يقطعها جسم مقذوف بسرعة  $\alpha$  وتسمى بسعة الرمي الأعظم ما يمكن فإذا كان الجسم مقذوفاً رأسياً بنفس السرعة  $\alpha$  فإنه يرتفع بناء على ما تقدم بالارتفاع  $s = \frac{g}{0} = \infty$  وحينئذ سعة الرمي الأعظم ما يمكن تكون ضعف الارتفاع الذي يرتقى إليه الجسم المذكور إذا قذف رأسياً بنفس السرعة

ارتفاع الرمي - أكبر مقدار للرأسي  $s$  يسمى بارتفاع الرمي أو سهم الرمي ولاجل الحصول عليه يلزم أن يبعث عن النهاية العظمى للأحداني  $s$  ولاجل ذلك نحل المعادلة (٢) بالنسبة للزمن  $t$  فيجد

$$z = \frac{g \sin \alpha}{g \cos \alpha} \dots \dots \dots (٥)$$

ولكن حيث أن مقدار  $z$  حقيقياً فيلزم أن يكون

$$\frac{g \sin \alpha}{g \cos \alpha} \leq \frac{g \sin \alpha}{g \cos \alpha} \text{ ومنه يحدث}$$

وحيئذ فالنهاية العظمى لمقدار  $s$  تكون

$$s = \frac{g \sin \alpha}{g \cos \alpha} \dots \dots \dots (٦)$$

والمتحرك يصل إلى النقطة الأعلى ما يكون في نهاية الزمن

$$z = \frac{g \sin \alpha}{g \cos \alpha} \dots \dots \dots (٧)$$

وبمقارنة معادلة (٧) بمعادلة (٣) يشاهد أن أكبر ارتفاع يطابق للنقطة  $s$  التي هي منتصف المستقيم  $1$  وحيئذ فالزمن الذي يستعمله المتحرك في النزول يكون عين الزمن الذي يستعمله للصعود والمتحرك في مدتين متساويتين البعد عن الزمن المقابل للنقطة الأعلى ما يكون يكون على ارتفاع واحد لأنه بناء على معادلة (٢) يرى أن الأحداني الرأسى  $s$  دالة بدرجة ثانية بالنسبة للزمن  $t$  وعليه فخط السير يكون متناسباً بالنسبة إلى المحور  $s$  ويكون قطعاً مكافئاً رأسه نقطة  $0$

الارتفاع



(٢٧)

الارتفاع الاعظم ما يمكن - حيث ان ارتفاع الرمي يتغير تبعا للزاوية  $\gamma$  فيكون نهايته عظمى اذا كان  $\gamma = ٩٠$  أو  $\gamma = ٠$

وبوضع هذا المقدار في معادلة (٦) يكون

$$ص أو \gamma = \frac{E}{2E}$$

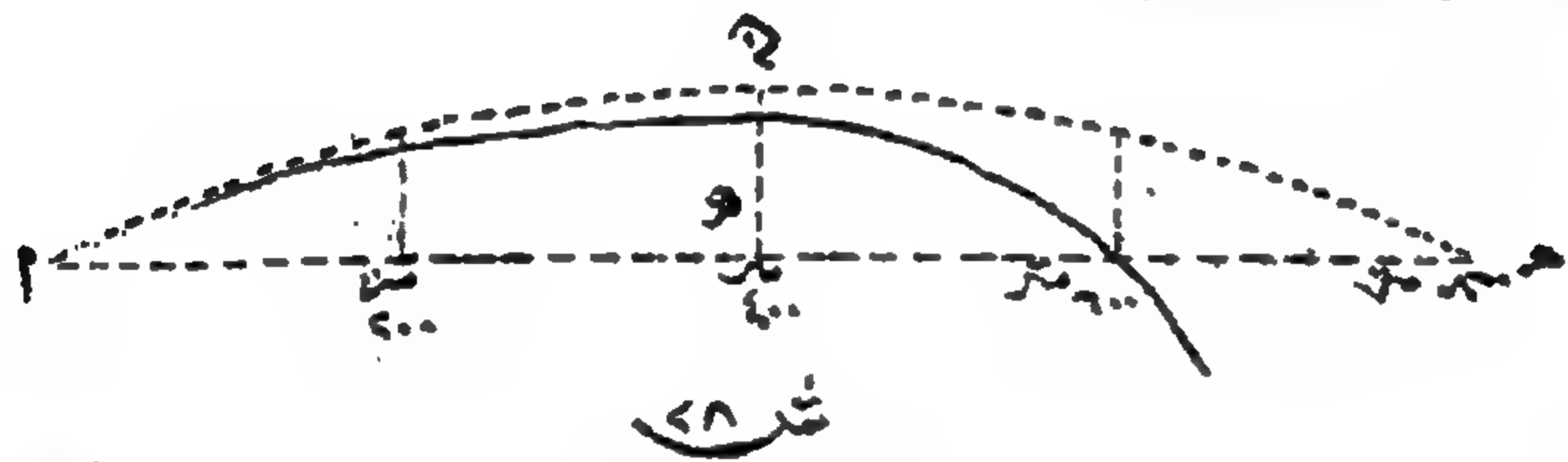
وحينئذ فالمقدار  $\frac{E}{2E}$  يكون هو اعظم ارتفاع يرتقى اليه المقذوف بسرعة  $E$  تنبئ - في حالة ما يكون  $\gamma = ٩٠$  فان جأى  $\gamma = ٩٠$  ويكون

$$\frac{E}{2E} = ٥$$

وهو نصف مقدار الارتفاع السابق أعني انه في حالة ما يكون  $\gamma = ٩٠$  تكون سعة الرمي أكبر من سهمها بأربع مرات

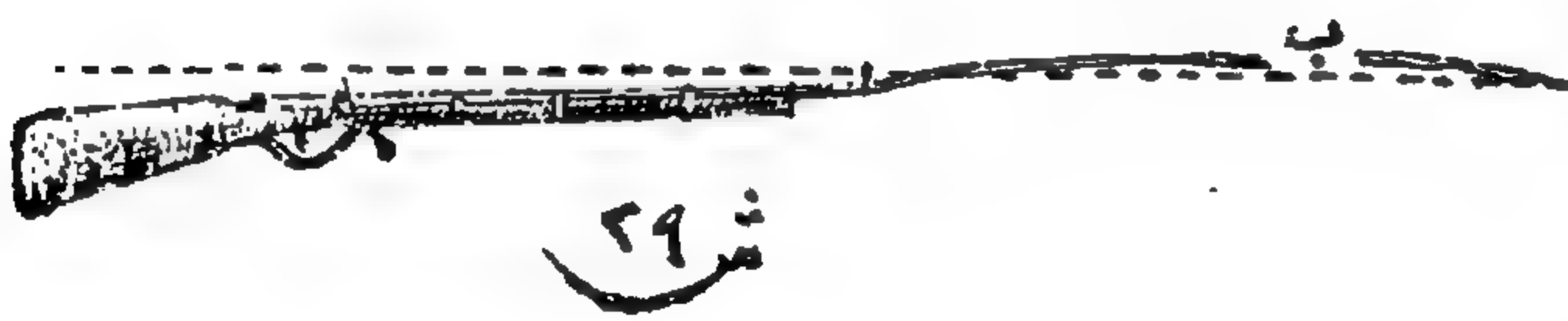
### حركات المقذوفات في الهواء

اعلم ان مقاومة الهواء تغير النتائج السابقة وتغير شكل خط السير يحدث تقليل ارتفاع الرمي وسعته والفروقات الحادثة بحسوبة كما يرى من شكل ٢٨



حيث ان الخط المجزء في الشكل المذكور يدل على خط السير النظري والخط المتصل يدل على خط السير في الهواء

ولاجل الوصول الى نقطة معينة ب يلزم قذف المقذوف على زاوية معينة ويتوصل لذلك بواسطة النشابة جاء الذي به يمكن جعل ميل البند قبة على الزاوية اللائقة



### الحركات الظاهرية

تعريف - الحركة الظاهرية لنقطة ما بالنسبة لأخرى هي حركة النقطة الأولى مشاهدة لراصد واقف في النقطة الثانية

ولأيجاد الحركة الظاهرية أو النسبية تستعمل القاعدة الآتية المنسوبة الى المعلم غليلي قاعدة الحركات النسبية - الحركات النسبية لجملة نقط لا تتغير اذا اعطى للجملة المذكورة حركة انتقالية حيثما اتفقت

وهذه القاعدة المحققة بنتائجها تعتبر بديهية في علم الميكانيكا

فاذا فرض ان  $A$  ب نقطتان متحركتان وكان المطلوب ايجاد الحركة الظاهرية لنقطة  $A$  بالنسبة لنقطة  $B$  يعطى للجموعة حركة انتقالية مساوية ومضادة لحركة نقطة  $B$  وحينئذ فالحركة النسبية لا تتغير بناء على ما ذكر وعلى هذا فنقطه  $B$  تبقى ساكنة وأما نقطة  $A$  فتكون لها حركتان آتيتان

احداها حركتها الخاصة والثانية الحركة الانتقالية وحينئذ فمحصلة هاتين الحركتين تكون هي الحركة الظاهرية المطلوبة

وقد تسمى حركة النقطة الموجود بها الراصد بالحركة الجاذبية

ولنجث الآن بواسطة هذه الطريقة عن بعض حركات نسبية بسيطة جدا بفرض ان حركات  
النقط منتظمة

الحركة النسبية لنقطتين متحركتين على مستقيمين متوازيين - أولا متى كانت الحركتان متحدتي الجهة وفرضان نقطة ٢ شكل ٣٠ قطعت في زمن ما المسافة ٢٢ بحركة منتظمة وأن ب نقطة أخرى قطعت في نفس الزمن بحركة منتظمة المسافة ٢٢ وأن المستقيمين ٢٢ ٢٢ متوازيان وكانت المطلوب إيجاد الحركة النسبية لنقطة ٢ بالنسبة

المطلوب إيجاد الحركة - النسبية لنقطة ٢ بالنسبة  
لنقطة ١ فثبت نقطة ١ باعطاء المجموعة حركة انتقالية مساوية  
ومضادة لحركة النقطة ٢

وحينئذ في نهاية الزمن من المفروض تصل نقطة ٢ الى ٢ بحركتها الخاصة ولكن بسبب الحركة الانتقالية تكون نقطة ٢ قد انتقلت الى ١ بحيث يكون ١ ٢ = ٢ ١ وحينئذ تكون نقطة ٢ قد قطعت المسافة ١ ٢ وإذا اعتبر أن الزمن مساوٍ لثانية واحدة فالطول ١ ٢ يكون دالاً على سرعة الحركة النسبية وعليه إذا رمز بحرف  $v$  لسرعة الحركة النسبية المذكورة وبحرف  $c$  لسرعتي نقطتي ١ ٢ يكون

$$E - e = e$$

ومعينئذ في حالة ما تكون الحركة في جهة واحدة تكون السرعة النسبية مساوية للفرق بين السرعتين المطلقتين

وثانياً - متى كانت الحركتان متضادتي الجهة وفرض ان  $\mu_1$  ،  $\mu_2$  سرعتا المتحركين وكانت

المطلوب إيجاد السرعة الظاهرية لنقطة ١ بالنسبة

النقطة ب فقط المجموعة حركة انتقالية مساوية

ومضادة لحركة النقطة وحينئذ فقط ب

تغير ساكنة ونقطة ١ تكون قد قطعت المسافة ١٢ بحركتها الخاصة ١٢ = ٢٠ س بسبب الحركة الانتقالية. وحينئذ تكون نقطة ٢ قد قطعت المسافة ١٢ وعليه يكون

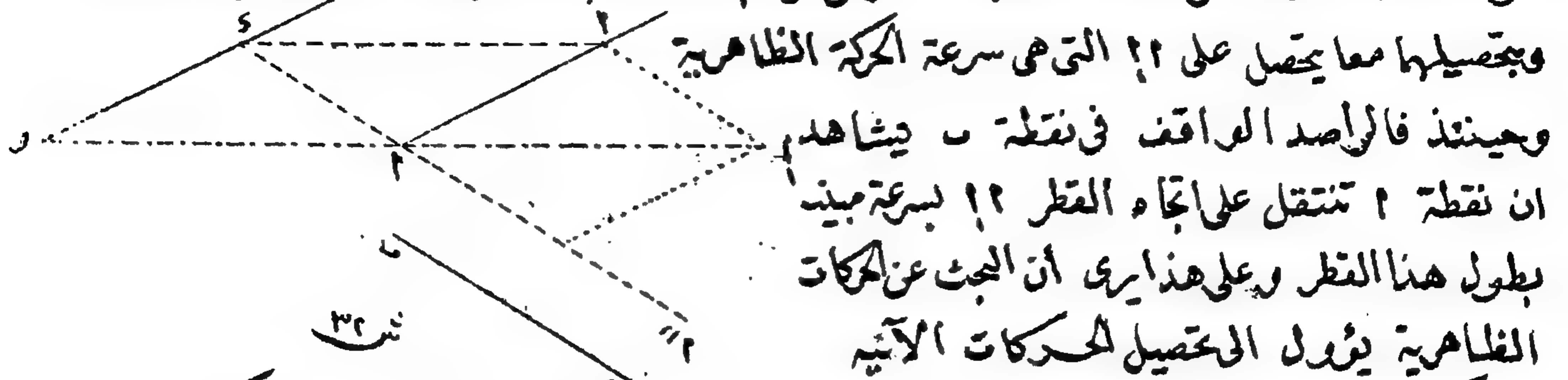
$$\epsilon' + \epsilon = \epsilon$$

وينج من ذلك أنه متى كانت الحركات مختلفة الجهة تكون السرعة النسبية مساوية لمجموع سرعتين المطلقتين وهذا ما يوضع السرعة العظيمة التي يشاهدها ركاب قطارين سائرين في جهتين متضادتين

5A



الحركة الظاهرية لنقطتين متحركتين على مستقيمين حيثما اتفق - إذا فرض أن  $١٢$ ،  $١٣$  سرعتا الحركتين المطلقتين لنقطتي  $١٢$ ،  $١٣$  فقطى المجموعة الحركة الانتقالية التى تثبت نقطة  $١٣$  وحينئذ تكون نقطة  $١٢$  لها سرعتان أحدهما  $١٢$  وهى سرعتها الخاصة والثانية  $١٢$  وهى السرعة الانتقالية وبمحصليهما معا يحصل على  $١٢$  التى هى سرعة الحركة الظاهرية



وحيئنذ فالرأصد الراقف فى نقطة  $١٣$  يشاهد ان نقطة  $١٢$  تنتقل على اتجاه القطر  $١٢$  بسرعة مبيد بطول هذا القطر وعلى هذا يرى أن البحث عن الحركات الظاهرية يؤدى الى تحصيل الحركات الآتية ولذا ذكر الارتباطات الواقعة بين السرعة النسبية والسرعة المطلقة - لنقطة مادية متحركة وبين سرعة نقطة الابداء أى النقطة المنسوب اليها الحركة النسبية فنقول -

أولاً أن السرعة النسبية هى محصلة السرعة المطلقة للنقطة المادية المتحركة - وسرعة نقطة الابداء مأخوذة فى الجهة المضادة وثانياً - إذا مده  $١٢$  من جهة  $٢$  على استقامته وأخذ عليه  $١٢ = ١٢$  فإن  $١٢$  يكون عبارة عن سرعة نقطة الابداء فاذا وصل  $١٢$  يكون  $١٢$  متوازي اضلاع ويكون  $١٢$  قطعاً له وينتج ان السرعة المطلقة للنقطة المتحركة تكون محصلة السرعة النسبية وسرعة نقطة الابداء مأخوذة فى الجهة الأصلية لها

وثالثاً - إذا مده  $١٢$  على استقامته من جهة  $٢$  وأخذ عليه  $١٢ = ١٢$  ووصل مستقيم  $١٢$  فإن  $١٢$  يكون قطعاً متوازي الاضلاع  $١٢$  و  $١٢$  وتكون حينئذ سرعة نقطة الابداء محصلة السرعة المطلقة للنقطة المتحركة - والسرعة النسبية مأخوذة فى الجهة المضادة

### فى انتقال الحركات

تنقسم الحركات الأصلية الى أربعة أقسام كالآتي

الأول الحركة المستقيمة المستمرة

الثانى الحركة المستقيمة المترددة

الثالث الحركة المستديرة المستمرة

الرابع الحركة المستديرة المترددة

وكل من الحركات المذكورة يمكن نقله الى حركة أخرى من جنسه أو مغايرة له وهذا يؤدى الى ستة

عشر انتقالات للحركة كل منها يتحصل بطرق مختلفة بحسب النتيجة المطلوبة

ويمكن بيان الانتقالات الستة عشر كالآتي

مستمرة	} الحركة مستقيمة	}	حركة مستقيمة مستمرة
متذبذبة			
مستمرة	} الحركة مستديرة	}	
متذبذبة			
مستمرة	} الحركة مستقيمة	}	حركة مستقيمة متذبذبة
متذبذبة			
مستمرة	} الحركة مستديرة	}	
متذبذبة			
مستمرة	} الحركة مستقيمة	}	حركة مستديرة مستمرة
متذبذبة			
مستمرة	} الحركة مستديرة	}	
متذبذبة			
مستمرة	} الحركة مستقيمة	}	حركة مستديرة متذبذبة
متذبذبة			
مستمرة	} الحركة مستديرة	}	
متذبذبة			

وهذه الحركات تستعمل في الآلات الميكانيكية وغيرها بحسب لزومها ويخضع لها الأعضاء اللازمة  
لإمكان حصولها فنقل الحركة المستديرة المستمرة إلى حركة مستديرة مستمرة تستعمل السيور  
والطنابير والطنابير المدرجة والاسطوانات المحركة مع بعضها والتعاشيق الاسطوانية والمحزوظية  
والتعاشيق ذات الفانوس وغير ذلك ولنقل الحركة المستقيمة المتذبذبة إلى حركة مستديرة مستمرة  
تستعمل الأذرع والمنويولات ومقارن الأضلاع والبالانسية

ولنقل الحركة المستديرة المستمرة إلى حركة مستقيمة متذبذبة تستعمل الأكستريكات  
ولنقل الحركة المستديرة المستمرة إلى حركة مستقيمة مستمرة تستعمل البريمات والملاوفيف  
ولنقل الحركة المستقيمة المستمرة إلى حركة مستقيمة مستمرة يستعمل البكر والأحبال وهكذا

### تمرينات

- (١) المطلوب تحصيل حركتين مختلفتين
- (٢) إذا قذف جسم على زاوية قدرها ٥٠ بدرجة قدرها ٥٠ فما هو اتجاهه ومقدار سرعته  
في نهاية الزمن  $t$  وأجرب المناقشة



- (٣) على أي زاوية يمكن قذف جسم بسرعة  $c$  بحيث يصل نقطة أحداثياتها  $a$  ،  $b$  وتحديد  
نقط المستوى الذي يمكن أن يصله المقذوف وتعيين القطع المكافئ المحقق للعمل
- (٤) ما مقدار السرعة التي قذف بها مقذوف أفقيا بعد معلومية أنه قطع أفقيا مسافة قدرها  $s$   
ورأسيا مسافة قدرها  $h$
- (٥) المطلوب إيجاد الحركة النسبية لنقطة ٢ بالنسبة لنقطة ١ في الأحوال الآتية  
أولا بفرض أن نقطة ٢ هي المتحركة فقط  
ثانيا بفرض أن نقطة ٢ ثابتة ونقطة ١ هي المتحركة  
ثالثا بفرض أن نقطة ٢ تسقط رأسيا بحركة منتظمة العجلة ونقطة ١ متحركة أفقيا  
بحركة منتظمة
- (٦) سفينة تتقدم في اتجاه ما بسرعة قدرها  $c$  وأن الريح متجهة في اتجاه آخر بسرعة  $c'$   
والمطلوب معرفة الاتجاه الذي يأخذه دليل الرياح
- (٧) المطلوب معرفة الحركة الظاهرية لنقطة ثابتة بالنسبة لنقطة أخرى خط سيرها مضلع
- (٨) المطلوب معرفة الحركة الظاهرية للشمس مشاهدة من سطح الأرض
- (٩) إذا كان متحركان يتحركان على مضامين مختلفين فما تكون الحركة النسبية لأحدهما بالنسبة  
للاخر
- (١٠) المطلوب معرفة الحركة الظاهرية لكوكب مشاهد من سطح الأرض

## الديناميك

### القواعد الأساسية

الديناميك علم يبحث فيه عن الارتباطات الواقعة بين القوى وبين الحركات التي تحدثها  
قوانين علم الديناميك مرسسة على أربع قواعد أساسية ناتجة من مشاهدة الظواهر  
وهذه القواعد لم تكن بديهية في مبدأ الأمر بل أن رجلا من العلماء مثل كيبلير وغاليلي  
ولفون هم الذين استكشفوها من بين الحركات المختلفة التي نشأ عنها وتلك القواعد لا يمكن  
تحقيقها مباشرة بل إنها تحقق بالمطابقة الحاصلة بين نتائجها وبين الحركات المشاهدة

القاعدة الأولى - القصور الذاتي

( كيبلير )

قاعدة القصور الذاتي - أولا أن النقطة المادية الساكنة لا يمكن أن تتحرك من نفسها وثانيا أن  
النقطة المادية المتحركة لا يمكن من نفسها أن تغير سرعتها مقدارا واتجاها وحيث فتكون حركتها  
مستقيمة ومنتظمة أن لم تقاوم بآثار خارجي

ويمكن التسليم بالجزء الأول من قاعدة القصور الذاتي وأما الجزء الثاني فيرى أنه منافض لما هو  
شاهد للبيان حيث إن سرعة جميع الأجسام التي يصير تحركها تتناقض إلى أن تنعدم ولكن يلزم أن  
يفهم أن ذلك ناشئ عن الاحتكاك ومقاومة الأواسط وهكذا إذ أنه مجرد تقليل تأثير هذه  
الأسباب المقاومة تطول مدة الحركة - عندما كانت قبلا - ويعلم من ذلك حينئذ أنه إذا أمكن إعدام تلك  
المقاربات فإن السرعة قصير ثابتة

وينتج من قاعدة القصور الذاتي مباشرة أمران  
الأول أن حركة نقطة مادية يلزم أن تكون ناشئة عن أسباب خارجية مؤثرة على هذه النقطة أو سبق  
تأثيرها عليها

الثاني أن كل نقطة لا يقع عليها أدنى تأثير خارجي تكون ساكنة - أو ذات حركة مستقيمة منتظمة  
أما الإنسان والحيوانات فتتحرك بالارادة لأنه يوجد فيهم أمر غير مادي وغير منقاد لقوانين  
القصور الذاتي

والقصور الذاتي للمادة يوضح ظواهر عديدة منها أن الإنسان الواقف في عربة سارت فجأة يميل للوقوع  
في الجهة العكسية لحركة العربة حيث أن قدميه مجذوبان بالعربة وجزء العلوي مائل للبقاء في محله  
ويحصل عكس ذلك إذا وقفت العربة دفعة واحدة  
ومنها أنه إذا نقل بدون احتباس إناء مملوء بالماء فإن الماء يندفق في الجهة العكسية لحركة الإناء  
المذكور

ومنها حصول الخطر عند الوقوب بدون احتباس من عربة سائرة لأنه عند ما تلا من الأرجل سطح الأرض  
يكون الجزء العلوي من الجسم مستمرا في الحركة بالسرعة المكتسبة ويحصل تصادمه مع الأرض بقوة  
تكون عظيمة كلما كانت الحركة سريعة

ومنها لتثبيت القدم في نصابه يلزم طرق النصاب المذكور في مانع ثابت وحينئذ فالقدم  
ليست في الحركة مع زفق الياف خشب النصاب

وأخيرا فالقصور الذاتي أيضا هو الذي يوضح لنا أسباب المصائب الجسيمة الناشئة عن تصادم  
سفينتين أو قطارين متحركين بسرعتين عظيمتين

القاعدة الثانية - الفعل ورد الفعل

( نوتون )

التساوي بين الفعل ورد الفعل - إذا أثرت نقطة مادية على نقطة مادية أخرى فإن النقطة الأخيرة  
تؤثر على الأولى بقوة مساوية ومضادة للتأثير الواقع عليها منها

وباستعمال نص منطوق نوتون يقال أن رد الفعل يكون دائما مساويا للفعل ومخالفاله في الجهة  
فمثلا إذا صنفط باليد على طاولة فإنه يستشعر بحصول رد فعل من الطاولة المذكورة على اليد

وإذا



واذا أثر من السفينة على شيء ثابت في الشاطئ بواسطة جبل فإن السفينة المذكورة تقرب من الشيء المذكور كما لو كان جذب تلك السفينة حاصلًا من الشاطئ بقوة مساوية ومضادة للأولى فهذه القوة الأخيرة التي ترى أنها آتية من الشيء الثابت هي عبارة عن رد الفعل وإذا لم يحدث الأرض رد فعل مائل فلا يتيسر السير عليها كما يتضح ذلك من الصعوبة التي تنشأ من السير على أرض رخوة أو على سطح أملس والالتصاق الحاصل بين عجل وأبور اللوكوموتيف وبين قضبان السكة الحديد هو السبب في إمكان سير اللوكوموتيف عليها وجذب القطر معه

تبيين بناء على قاعدة القصور الذاتي تكون كل قوة مؤثرة على نقطة مادية مثل ٢ صادرة من نقطة مادية أخرى مثل ب وحيز بناء على القاعدة الكالية تكون نقطة ب متأثرة دائماً بقوة صادرة من نقطة ١ وعلى هذا فهاتان القوتان وهما تأثير نقطة ب على ٢ ورد فعل نقطة ٢ على ب تكونان متساويتين ومختلفتين في اتجاه المستقيم اب وزيادة على ذلك تكون هاتان القوتان قوت جذب أو دفع على حسب كونهما تيميان لتقصير المسافة اب أو لزيادة المسافة

**القاعدة الثالثة - الحركة النسبية**  
(غليلى)

عدم تعلق حالة سكون أو حركة جسم بتأثير القوة الواقعة عليه - تأثير أى قوة على نقطة مادية لا يتعلق بالحركة المكتسبة من قبل هذه النقطة وهذه القاعدة تسمى غالباً بقانون الحركة النسبية لأنه بناء على هذه القاعدة متى كانت جملة غير متغيرة ونقطة غير مرتبطة بها متحركتين حركة واحدة انتقالية مستقيمة ومنظمة ثم تأثرت النقطة المذكورة بقوة فالحركة التي تأخذها بالنسبة للجملة المذكورة اعني حركتها النسبية تكون عين الحركة التي تأخذها تلك النقطة لو كانت النقطة والجملة المذكورتين ساكنتين في الأصل

وبعبارة أخرى يقال أنه لحركة النسبية غير متعلقة بحركة الجذب وسنشتغل بدراسة بعض أحوال مهمة مستنتجة من هذه القاعدة فنقول -

### الحركة الناشئة من قوة ثابتة

تعريف - القوة تكون ثابتة متى كان اتجاهها وشدها ثابتين وقد توجد ثلاث حالات مختلفة يجب ما تكون النقطة المادية خارجة من السكون أولها سرعة ابتدائية في اتجاه القوة أو كان اتجاه السرعة الابتدائية المذكورة حيثما اتفق

ففي الحالتين الأولتين ينشأ عن القوة الثابتة حركة مستقيمة منتظمة التغير الحالة الأولى - النقطة المادية خارجة من السكون - القوة الثابتة المؤثرة على نقطة مادية مطلقة خارجة من السكون تحدث لها حركة مستقيمة منتظمة الجملة

لأنه إذا فرض أن ع هي السرعة الناتجة من تأثير القوة الثابتة على النقطة المادية في نهاية الوحدة الأولى من الزمن ثم انعدم تأثير القوة في هذه اللحظة فبناء على قاعدة القصور الذاتي تستمر النقطة المذكورة في التحرك بحركة منتظمة سرعتها ع ولكن بتأثير القوة في مدة الوحدة الثانية من الزمن يكون للتحرك سرعة جديدة ع حيث أن القوة تؤثر على النقطة المادية كما لو كانت ساكنة وبضم هذه السرعة الجديدة إلى السرعة المكتسبة تكون سرعة التحرك في نهاية وحدتين من الزمن هي ع وبالمثل في نهاية ثلاث وحدات من الزمن تكون السرعة مساوية إلى ٣ ع وحينئذ إذا رمزنا بالرمز  $\frac{ع}{د}$  للسرعة في نهاية وحدات من الزمن قدرها د يكون

$$\frac{ع}{د} = ع$$

أعني أن السرعة تكون مناسبة للزمن وعليه فتكون الحركة منتظمة البجلة وحيث أن القوة ثابتة الاتجاه فتكون الحركة مستقيمة.

لحالة الثانية - النقطة المادية لها سرعة ابتدائية موجهة جهة القوة - متى كانت نقطة مادية لها سرعة ابتدائية وافع عليها قوة ثابتة في اتجاه السرعة المذكورة تكون حركة تلك النقطة مستقيمة ومنتظمة التغيير وحيث أن هذه القوة يمكن أن تؤثر في جهة السرعة الابتدائية أو في الجهة المضادة فيقال أولا - إذا كانت القوة موجهة في جهة السرعة الابتدائية تكون الحركة منتظمة البجلة لأنه إذا كانت أ هي السرعة الابتدائية ب السرعة التي يكتسبها التحرك في نهاية ثانية واحدة بتأثير القوة المذكورة فبالبرهنة كما في الحالة الأولى يرى أن السرعة ج في نهاية الثانية الأولى تتركب من السرعة الابتدائية ١ ومن السرعة ب ويكون

$$ج = ١ + ب$$

$$ج = ٢ + ب$$

$$.....$$

$$ج = ١ + د$$

وعلى هذا فتكون الحركة منتظمة البجلة وبجملتها ب

وثانيا - إذا كانت القوة موجهة في جهة مضادة لجهة السرعة الابتدائية تكون الحركة منتظمة التقصير لأنه حيث كانت البجلة موجهة في جهة مضادة لجهة السرعة الابتدائية فيلزم تغيير ب بالمقدار - ب في القوانين السابقة وحينئذ يكون

$$ج = ١ - ب$$

$$ج = ١ - ب$$

$$.....$$

$$ج = ١ - د$$

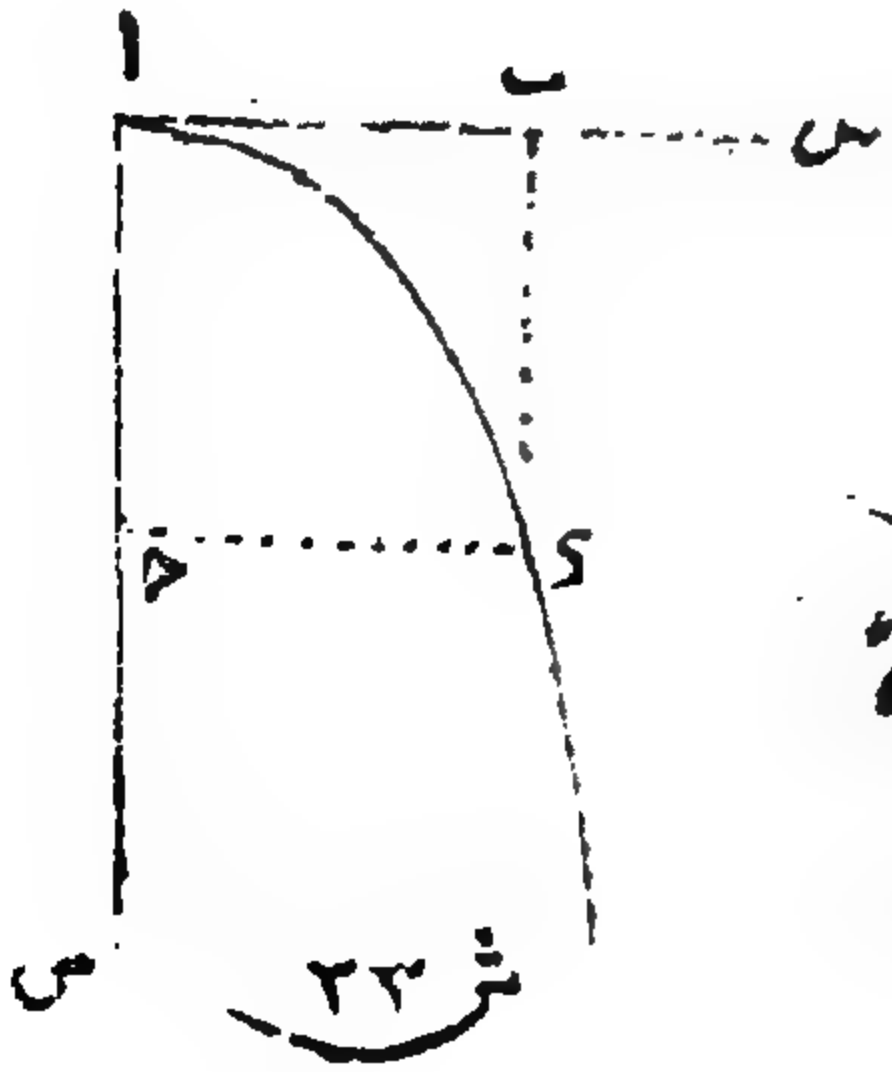
وهذا



وهذا القانون الأخير هو قانون سرعة حركة - منتظمة المتغير عجلتها - ب  
وبالعكس إذا كان لنقطة مادية حركة - مستقيمة ومنتظمة التغير تكون تلك النقطة متأثرة بقوة ثابتة متجهة  
في اتجاه الحركة - المذكورة لأنه حيث كانت الحركة غير منتظمة فالمحرك بناء على قاعدة القصور الذاتي يكون  
متأثراً على الدوام بقوة وهذه القوة تكون ثابتة والا فالجبهة تتزايد أو تتناقص تبعاً للقوة المذكورة  
وتكون أيضاً في اتجاه حركة - المحرك لأنه إذا كان للقوة في لحظة ما اتجاه مغاير لاتجاه الحركة - المذكورة فالمحرك  
يتبع محصلة الحركة - الناشئة من القوة مع الحركة - السابقة ولا يتبع حينئذ اتجاه حركة - الأصلية  
وهذا يخالف للفرض  
وعلى هذا متى كانت الحركة - عجزية فالقوة تكون في جهة السرعة الابتدائية ومتى كانت تفصيلية فتكون القوة  
في الجهة المضادة

### تنبيهان

الأول - التناقل قوة ثابتة - لأنه قد شوهد فيما تقدم ان حركة - جسم ساقط في الفراغ بتأثير التناقل  
منتظمة الجبهة وحينئذ فتقل الجسم يؤثر في كل مكان بقوة ثابتة  
الثاني - كل قوة تؤثر بمفردها على جسم لا يمكن ان تحدث له حركة - منتظمة  
لأن الحركة - المستقيمة المستقيمة يمكن ان تنتج أولاً من قوة انقطع تأثيرها بحيث ان الجسم يستمر بعد ذلك  
في التحرك بناء على سرعته المكتسبة وثانياً من استمرار انعدام عجلة القوة المحركة بتأثير الاحتكاك أو  
بسبب آخر  
وبفهم من ذلك حينئذ انه إذا كان جسم متحرك بانتظام فلا يكون متأثراً بأحد في قوة أو أن القوى  
الواقعة عليه تكون متزنة  
وهذا ما يعبر عنه بالتوازن الديناميكي في مقابلة التوازن الاستاتيكي الذي يستلزم ان يكون  
الجسم ساكناً  
وحينئذ لأجل ان يكون للعربة سرعة منتظمة على طريق افقي يلزم ان يحدث المحرك بالاستمرار جاذبا  
مساوياً للمقاومات اللازم ان تغلب عليها لأنه لو كان الجذب أكبر من المقاومات المذكورة لكنت  
الحركة عجزية  
ولا يخفى أن التأثير اللازم حصوله يتناقض كلما نقص الاحتكاك كما هو مشاهد بالنسبة للعربات  
التي تسير على قضبان من الحديد



الحالة الثالثة - السرعة الابتدائية ليست في اتجاه القوة  
إذا فرض مثلاً نقطة مادية ثقيلة مقدوفة في اتجاه غير رأسي أب كما في شكل ٣٣  
يقال أنه لو لم تكن النقطة ثقيلة لمحرك بناء على السرعة الابتدائية حركة - مستقيمة  
منتظمة كما تقدم وأنه إذا سقطت تلك النقطة بتأثير التناقل فقط لكنت حركتها

مستقيمة ومنظمة التغير كما تقدم أيضا  
ولكن بناء على القاعدة الثالثة هاتان الحركتان توجدان في آن واحد بدون أن تؤثر أحدهما على الأخرى  
وحينئذ فتتصل الحركة الحقيقية للقذوف على فرض أنه ساقط على اتجاه الخط الرأسى  $\alpha$  مع اعتبار انتقال  
الرأسى المذكور بالتوازي لنفسه بحيث أن النقطة ١ المذكورة تقطع المستقيم  $\alpha$  بحركة منتظمة سرعتها  
السرعة الابتدائية أعني أنه بتحصيل الحركة المستقيمة المحددة بالسرعة الابتدائية مع الحركة المستقيمة المنظمة  
التغير الناتجة من التثاقل كما تقدم يكون خط السيل الناتج قطعاً مكافئاً

تنبيهان

الأول - أعلم أن سرعة المتحرك المذكور في لحظة ما هي محصلة سرعة الحركة المنظمة وسرعة الحركة المتغيرة  
في اللحظة المذكورة

الثاني - حيث أنه عند انعدام تأثير القوة في لحظة ما نصير الحركة مستقيمة ومنظمة فتكون سرعة المتحرك  
في لحظة ما عين سرعة الحركة المنظمة التالية للحركة المتغيرة في تلك اللحظة التي ينقطع فيها تأثير  
القوة

## القاعدة الرابعة

(غليلي)

عند تعلق تأثيرات القوى الآتية ببعضها - أعني أنه إذا أثرت جملة قوى آتية على نقطة مادية فتأثير  
كل منها يكون حاصلها كما لو كانت كل قوة مؤثرة بمفردها  
وحينئذ إذا خرج المتحرك من السكون فالحركة الناتجة من تلك القوى الآتية تتصل بناء على ما تقدم  
بتراكب الحركات المختلفة المستقيمة والمنظمة التغير الناتجة من القوى المذكورة كما لو كان كل  
منها مؤثر بمفرده وعليه فتكون الحركة المحصلة مستقيمة ومنظمة التغير ومجملتها محصلة مجلات  
الحركات المركبة لها وهذه الحركة الأخيرة تكون بالضبط هي حركة محصلة القوى الآتية المذكورة المحصلة  
بناء على قاعدة كثير اضلاع القوى إذا أثرت تلك المحصلة بمفردها على النقطة المادية المفروضة

تنبيهان

الأول - إذا كان للنقطة المادية سرعة ابتدائية فتتصل حركتها بتراكب الحركة المستقيمة المنظمة المضافة  
لتلك السرعة الابتدائية مع الحركة المستقيمة المنظمة التغير التي تحدثها لها محصلة القوى الواقعة  
عليها عند ما تكون تلك النقطة خارجة من السكون

الثاني - إذا كانت محصلة القوى الواقعة على النقطة المادية معدومة فتأثيرات تلك القوى يحو  
بعضها بعضاً والنقطة المادية نصير كما لو كانت غير متأثرة بأدنى قوة

فإن لم يكن للنقطة المادية المذكورة سرعة ابتدائية فأثرها تسكن والقوى الواقعة عليها لا تحدث لها أدنى  
حركة وتكون متزنة توازناً استاتييكياً

وإن كان



وان كان لتلك النقطة سرعة ابتدائية فانها تكون متحركة - مستقيمة منتظمة والقوى المذكورة لا تغير حركتها وتكون متزنة لقوان ديناميكيها

ومن القاعدة الرابعة المذكورة يستخرج التقدير الديناميكي للقوى  
التقدير الديناميكي للقوى

قد تقدم في علم الاستاتيكا كيفية تقدير القوى بالدينامومتر الذي يقتضى فيه ان تكون تلك القوى متزنة وسنرى ان الحركة الناتجة من هذه القوى تؤدي أيضا الى تعيين شددها اعني نسبتها الى الكيلوجرام في التناسب الحاصل بين القوى الثابتة وبين العجلات - نظريه - النسبة بين القوتين الثابتين الواقعتين بالتوالي على نقطة مادية واحدة كالنسبة بين العجلتين الناتجتين منها اعني اذا كان هـ ، وهـ قوتين ثابتتين ، و ، و العجلتين الناتجتين منها متى اثرتا على نقطة مادية واحدة على التوالي يكون

$$هـ : قه :: و : و$$

لانه اذا كان للقوتين هـ ، وهـ المذكورتين مقياس مشترك قدره هـ يكون

$$هـ = هـ$$

$$قه = هـ$$

$$\frac{هـ}{هـ} = \frac{هـ}{هـ}$$

واذا فرض ان و هي العجلة الناتجة من القوة الثابتة هـ الواقعة على النقطة المفروضة فان العدد هـ من القوى هـ الواقعة في آن واحد على تلك النقطة يحدث بناء على القاعدة الرابعة عجلة قدرها هـ و حينئذ فالعجلة والناتجة من القوة هـ تكون مساوية الى هـ والعجلة و الناتجة من القوة هـ تكون حينئذ مساوية الى هـ اعني يكون

$$هـ = هـ ، وهـ = هـ$$

$$\frac{هـ}{هـ} = \frac{هـ}{هـ}$$

$$\frac{هـ}{هـ} = \frac{هـ}{هـ}$$

وحيث ان هذه النظرية حقيقية مهما كان صغر مقدار المقياس المشترك هـ فيمكن البرهنة على صحتها ايضا اذا المكن للقوتين هـ ، وهـ مقياس مشترك فقول

$$\text{فترض ان } هـ = هـ ، وهـ = هـ$$

وحيث انه في هذه الحالة لا تشمل القوة هـ على عدد صحيح من القوى الجزئية هـ حينئذ يكون مقدارها محصورا بين صحيحين متوالين رمزها هـ ١ + هـ ٢ من القوى الجزئية المذكورة وبناء عليه يكون

$$هـ ١ > هـ > هـ ٢$$

وبالقسمة على  $q = 2$   $q$  يحدث

$$\frac{2}{q} > \frac{q}{q} > \frac{1+2}{q}$$

وحيث ان عجلة القوة  $q$  تساوي  $q$  وعجلة القوة  $(1+2)$  تساوي  $(1+2)$  فتكون العجلة والقوة  $q$  محصورة ايضا بين العجلتين المذكورتين ويكون  $q > q > (1+2)$

وبالقسمة على  $q = 1$   $q$  يحدث

$$\frac{q}{q} > \frac{q}{q} > \frac{1+2}{q}$$

ويرى من ذلك ان النسبتين  $\frac{q}{q}$  و  $\frac{q}{q}$  محصورتان بين النهايتين  $\frac{2}{q}$  و  $\frac{1+2}{q}$  اللتين لا تفرقان عن بعضهما الا بمقدار يساوي  $\frac{1}{q}$  وهذا المقدار صغير بقدر ما يزداد حيث ان  $q$  عدد اختياري وبناء عليه تكون النسبتان  $\frac{q}{q}$  و  $\frac{q}{q}$  متساويتين بالضبط اعني يكون  $\frac{q}{q} = \frac{q}{q}$  وهو المطلوب

ويمكن تحقيق هذه النظرية المهمة بواسطة آلة آتود بان يوقع بالتوالي ثقلان اضافيان مختلفان على ثقل كلي واحد وتعين عجلة الحركة للحادثة من كل تجربة بملاحظة ان هذه العجلة تكون مساوية مسافة المسافة المقطوعة في مدة الثانية الاولى من السقوط

ولاجل ذلك نأخذ ابتداء ثقلين كل منهما مساو الى  $q$  وثقلا آخر اضافيا  $q$  ونفرض ان العجلة المتحصلة هي  $q$  ثم نأخذ ايضا ثقلين كل منهما مساو الى  $q$  وثقلا آخر اضافيا  $q$  بحيث يكون  $q + q = q + q$

ونفرض ان العجلة الجديدة المتحصلة هي  $q$  (بملاحظة ان الثقل الكلي المستعمل في كلتا التجريبتين هو أحد الثقلين  $q$  و  $q$ ) وحيث ان القوتين  $q$  و  $q$  حركتا على التوالي ثقلا كليا واحدا أي أنهما اثرتا على جسم واحد على التوالي فيكفي ان يتحقق من ان نسبة هاتين القوتين الى بعضهما كنسبة العجلتين لحادثتين منها ولذلك يلزم حساب المقدار الرقي لكل من هاتين النسبتين  $\frac{q}{q}$  و  $\frac{q}{q}$  والتأكد من تساوي الناتجين المتصلين

نظريتها - النسبة بين القوى المؤثرة على جسم ما وبين العجلات التي تحدثها له ثابتة وللهذه على ذلك يقال حيث أنه علم ما تقدم أن نسبة القوى الى بعضها كنسبة العجلات فيكون

$$\frac{q}{q} = \frac{q}{q} \text{ أو يكون } \frac{q}{q} = \frac{q}{q}$$

واذا اثر على الجسم المفروض بقوة أخرى  $q$  فإنه يكون ايضا

$$\frac{q}{q} = \frac{q}{q} = \frac{q}{q}$$

ويفهم من ذلك ان القوى الواقعة على جسم واحد تناسب للعجلات التي تحدثها له وهو المطلوب فاذا كانت إحدى هذه القوى هي ثقل الجسم فالعجلة تكون  $q$  ويحدث



$$\frac{w}{h} = \frac{m}{h} \text{ ومنها يحدث}$$

$$w = m \text{ و}$$

المجسم

تعريف - مجسم الجسم هو النسبة الثابتة بين شدة القوة المؤثرة على الجسم المذكور وبين العجلة التي تحدثها له تلك القوة وهذه النسبة الثابتة للجسم الواحد والمتغيرة من جسم الى آخر لها أهمية عظيمة في علم الميكانيك

فاذا رمزنا بحرف م لمجسم الجسم فنشاء على التعريف يكون

$$m = \frac{w}{a} \text{ ومنه يحدث}$$

$$w = m a \text{ و}$$

أعني ان القوة تساوي حاصل ضرب مجسم الجسم المؤثرة عليه في عجلة الحركة التي تحدثها له ومتى كانت القوة المفروضة هي ثقل الجسم فإنه يكون

$$m = \frac{w}{g}$$

ولكن حيث ان ثقل الجسم مبين بالكيلوغرامات وعجلة الثقاقل مبينة بالأمتار فلا جعل إيجاد النسبة بين هذين العددين يلزم اعتبارهما مبهمين وحينئذ فيكون للجسم عددا مبهما كذلك

تنبيهان

الأول - مجسمات الاجسام تكون مناسبة لثقالتها في المحل الواحد من سطح الأرض

$$\text{لأنه من المعادلة } m = \frac{w}{g} \text{ يحدث}$$

$$w = m g \text{ وبالمثل يكون}$$

$$w = m g \text{ ومنها يحدث}$$

$$\frac{w}{m} = g \text{ وهو المطلوب}$$

ويعلم من ذلك انه يمكن تقدير مجسمات الاجسام بانثقالتها وهذا ما يطابق تماما للفكر المتخذ من أجله مجسم الجسم

الثاني - مجسم الجسم لا يتغير مهما اختلفت المحلات التي يوجد فيها الجسم لأنه اذا تغير الثقاقل والعجلة يتغيران تبعاله بنسبة واحدة بموجب ما تقدم وعليه فالنسبة بينهما التي هي عبارة عن مجسم الجسم تكون ثابتة

وحدة المجسم - لأجل الحصول على وحدة المجسم نفرض ان  $m = 1$  في المعادلة

$$m = \frac{w}{g} \text{ ..... (١) فيكون}$$

$$1 = \frac{w}{g} \text{ ومنها يحدث}$$

$$w = g \text{ و}$$

٤٠  
 أعني ان وحدة الجسم هي الجسم الذي ينشأ عنه ان كل قوة تؤثر على الجسم المذكور تكون مبينة  
 بنفس العدد الدال على الجلة التي تحدثها تلك القوة لذلك الجسم  
 فإذا كانت القوة المؤثرة على الجسم هي ثقله فتؤول المعادلة

$$ه = و \text{ الى}$$

$$ث = ح$$

وعلى ذلك يكون الثقل المنسوب لوحدة الجسم في محل ما مبينا بنفس العدد الدال على مقدار الجلة ح  
 في المحل المذكور

ففي القاهرة الثقل المنسوب لوحدة الجسم وزن ٩٠٧٩١٤ كيلوجرام وفي باريس وزن ٨٠٨٨ كيلوجرام  
 وفي لندن وزن ٨٣ كيلوجرام

فاذا فرضنا في معادلة (١) ان ه = ١ ، و = ١ يكون م = ١ ، وحينئذ يمكن ان يقال ان وحدة  
 الجسم هي جسم الجسم الذي اذا اثرت عليه قوة قدرها كيلوجرام واحد حدثت له جلة قدرها  
 متر واحد

### في الارتباطات الواقعة بين القوى والجسمات والعجلات

نظرية - القوى الثابتة مناسبة لحاصل ضرب مجسمات الأجسام في العجلات التي تحدثها تلك القوى  
 للأجسام المذكورة

أو بوجه الاختصار ان القوى الثابتة مناسبة لحاصل ضرب المجسمات في العجلات  
 لأنه اذا فرض ان ه ، م ، ق هما القوتان المؤثرتان على جسمين مجسما م ، م ، ثم واحدتهما هما مجسما  
 و ، و فإنه بموجب ما تقدم يكون

$$\frac{ق}{م} = \frac{ق}{م} ، \frac{ق}{م} = \frac{ق}{م} \text{ أو}$$

$$ه = م ، م = ق ، ق = م \text{ ومنها يحدث}$$

$$\frac{ق}{م} = \frac{ق}{م} \text{ وهو المطلوب}$$

وبواسطة هذه النسبة يمكن تقدير القوى بالحركات التي تحدثها للأجسام الواقعة عليها تلك القوى  
 كمية التحرك - كمية التحرك التي يكتبها جسم ما في لحظة معينة هي حاصل ضرب جسم الجسم المذكور  
 في سرعته في اللحظة المفروضة

نظرية كمية التحرك - النسبة بين أي قوتين كالنسبة بين كمية التحرك الحادثتين منها في مدة الزمن  
 عينها لأنه بناء على ما تقدم يكون

$$\frac{ق}{م} = \frac{ق}{م}$$

وبضرب حدى نسبة الطرف الثاني في الزمن ن يحدث

$$\frac{ق}{م} = \frac{ق}{م}$$

ولكن



ولكن حيث أن وزنا ووزر عبارة عن سرعتي المتحركين الخارجين من السكون في نهاية الزمن من بناء على ما تقدم فيكون

$$\frac{v}{u} = \frac{m}{M} \text{ وهو المطلوب } -$$

تنبيه - اذ جعل في المعادلة السابقة  $u = 0$  يكون

$$1 = \frac{m}{M} \text{ ومنها يحدث}$$

$$\frac{v}{u} = \frac{m}{M}$$

أعني أن النسبة بين السرعتين الحادثتين من قوة واحدة لجسمين مختلفي الجسم كالنسبة العكسية بين جسمي الجسمين المذكورين

وبناء على هذه القاعدة يمكن إبطاء حركة المتحركين في آلة اتود كي يمكن أن ترصد بسهولة قوانين سقوط الأجسام

ولهذه القاعدة أيضا تطبيق في رفض الاسلحة النارية أي في الدفع الذي تحدثه تلك الاسلحة إلى الخلف ولبيان ذلك يقال ان انتشار الغازات الناتجة من التهاب البارود يؤثر في آن واحد على المقذوف وعلى السراح الناري وحيث أن الجسمين مختلفان اختلافا كبيرا عن بعضهما فتكون سرعة الرجوع إلى الخلف أي الرفس صغيرة جدا بالنسبة لسرعة خروج المقذوف وعلى هذا فيلزم الاعتناء عند اطلاق بندقية بضغطها جيدا بالكف كي يزداد الجسم المتأثر بسرعة الرجوع

دفع القوة - يسمى دفع القوة حاصل ضرب تلك القوة في زمن تأثيرها

نظرية - دفع القوة الثابتة المؤثرة على جسم خارج من السكون يكون دائما مساويا للحركة التي يكتسبها الجسم المذكور

لأنه بناء على ما تقدم يكون

$$0 = m \cdot u \text{ ويضرب الطرفين في } u \text{ فيحدث}$$

$$0 = m \cdot u^2 \text{ وحيث أن } u = 0 \text{ فيكون}$$

$$0 = m \cdot u \text{ وهو المطلوب}$$

تنبيه - اذ جعل  $u = 0$  في معادلة  $0 = m \cdot u$  يكون

$$0 = m \cdot u \text{ ومنها يحدث}$$

$$0 = u$$

ويلزم من ذلك أنه لا بد ان تحرك القوة جسما ما يلزم ان تأثيرها يترك مدته من الزمن ولو صغيرة جدا اذ بدون ذلك لا توجد قوة آتية وعلى هذا اذا اطلقت رصاصة على لوح من الزجاج بالقرب منه فأنها ستفقد منه بدون ان تشعر بخلاف ما اذا اطلقت الرصاصة المذكورة على اللوح المذكور من بعد

كبير فأنها تنكسر وذلك لأنه في الحالة الأولى مدة تلامس الرصاصة مع عناصر اللوح الزجاج صغيرة جداً وفي الثانية كبيرة

### تطبيقات

لأجل تنعيم ما ذكرناه على القصور الذاتي وتطبيقاً على القواعد السابقة سنذكر بعض تعاريف بسيطة تخص بالقصور الذاتي المعبر قوة وبالقوى المركزية الجاذبة والطاردة التي تطبيقاتها عديدة ومهمة فنقول

### قوة القصور الذاتي

من المعلوم أن القوة التي تحدث حركة نقطة مادية تتبين بالارتباط الآتي وهو

$$F = m \cdot a$$

وهذا الارتباط الذي يمكن وضعه على الصورة الآتية وهي

$$F = -m \cdot a$$

يسمح بأن نعتبر  $m$  و  $F$  مقداراً مطلقاً للقوة مضادة للقوة  $F$  وهذه القوة الوهمية التي تتدن في كل لحظة مع القوة المحدثه لحركة النقطة المادية تسمى قوة القصور الذاتي لهذه النقطة ولأجل فهم قوة القصور الذاتي هذه نختار في أن واحد مع حركة النقطة المادية المذكورة الجبهة المادية الناتجة عنها للقوة أو التأثير الواقع على تلك النقطة

ولتصور مثلاً جسماً مقبوضاً عليه باليد وصار تحريك اليد المذكورة بدون ترك ذلك الجسم فيرى أن هذا الجسم يؤثر على اليد المذكورة الجاذبة له بحيث أنه متى قلت حركة اليد فالجسم بناء على قاعدة القصور الذاتي يميل لاستمرار حركته فيدفع اليد إلى الأمام وإذا ازدادت حركة اليد المذكورة فإن الجسم بناء على قاعدة القصور الذاتي كذلك يميل لأن يحفظ حركته ويحدث تقليل حركة اليد فرد الفعل هذا الناشئ من الجسم على اليد في كل لحظة أو الذي يقاوم مجموعة حركاتها اتفقت في أحوال مثل هذه تسمى قوة رد فعل النقطة المادية المذكورة

ولنلاحظ أن قوة رد الفعل هذه هي نفس القوة التي سمينها قوة القصور الذاتي حيث أن قوة رد الفعل المذكورة مساوية ومضادة للفعل أي للقوة المحدثه للحركة التي مقدارها المطلق هو

$$F = -m \cdot a$$

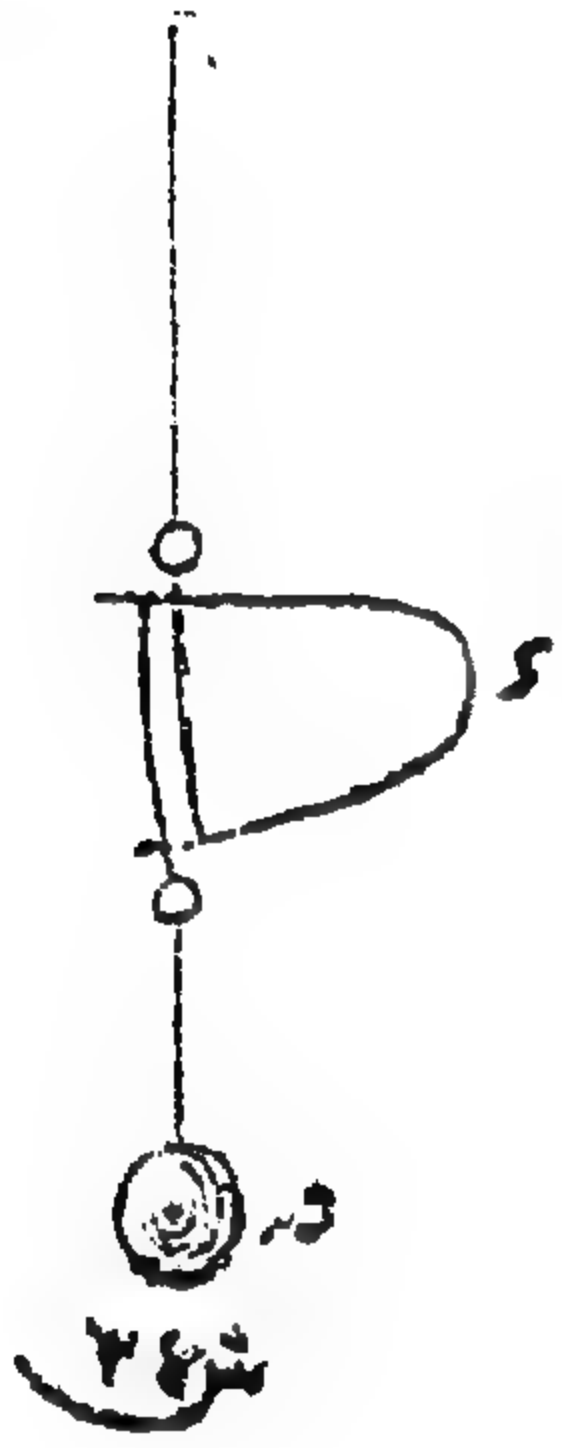
وحينئذ يمكن أن يقال أن قوة القصور الذاتي لنقطة مادية عبارة عن رد الفعل الواقع من هذه النقطة على الجبهة المادية التي تجبرها على اتباع حركة معينة

وهذه القوة التي يظهر وجودها بالنسبة للحالة التي توجد فيها ارتباطات مادية يمكن اعتبار وجودها كذلك بالنسبة للنقط التي يؤثر بعضها على بعض ولولم يشاهد أدنى واسطة بينها

وحيث أن قوة القصور الذاتي لنقطة مادية لا تؤثر على نفس النقطة المذكورة بل على الجبهة المادية المرتبطة



المرتبطة بهذه النقطة التي تجبرها لأن تتبع حركة معينة فينتج من ذلك أنه متى اعتبرت النقطة المادية والقوة المؤثرة عليها فقط بدون نسبة القوة المذكورة إلى الجحلة الناشئة عنها تلك القوة فإن قوة القصور الذاتي للنقطة المادية المذكورة تكون وهمية محضاً كما سبق ذكر ذلك ويمكن مشاهدة قوة القصور الذاتي بقياسها بالدينامومتر وهالك بجرية مهمة لهذه الغاية نذكرها فنقول —



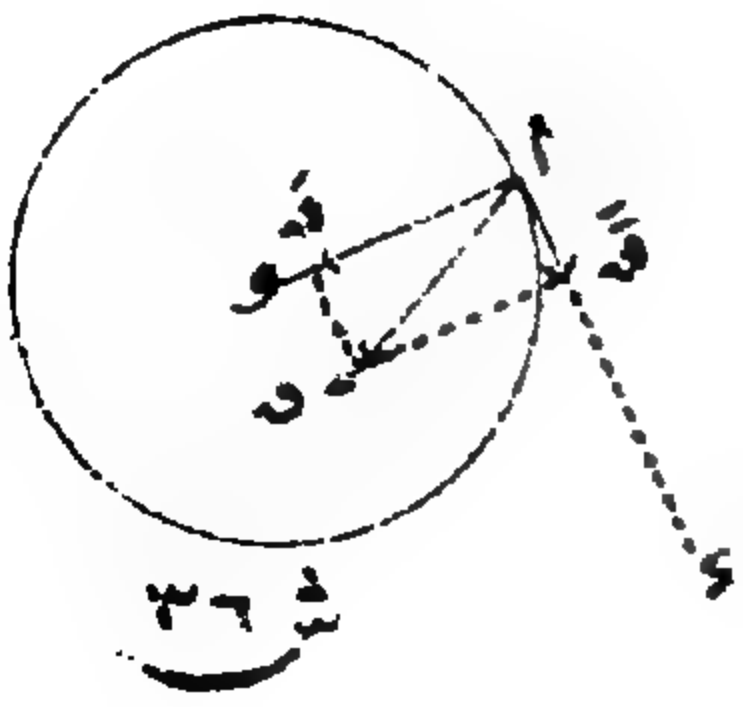
إذا علق جسم  $\phi$  في دينامومتر  $\psi$  الممسوك باليد شكل ٣٤ فيرى أنه عند ما يكون الجسم ساكنين الدينامومتر ثقله ولكن بمجرد رفع الآلة ينثنى الزنبرك كثيراً كلما كان الصعود بسرعة. حينئذ يشاهد وجود قوة مضافة إلى الجسم ناشئة من نفس الجسم المذكور إلا أنها واقعة على الفرع الأعلى للدينامومتر وهي مساوية بالضبط للقوة الجديدة التي تحدثها اليد عند رفع المجموعة (يقطع النظر عن ثقل الدينامومتر) ولكن إذا صارت الحركة منتظمة يرى أن شدة الدينامومتر ترجع إلى الوضع التي كانت فيه عند ما كان الجسم ساكناً ولا يوجد حينئذ قوة قصور ذاتي في الحركة. المنتظمة.

وإذا كانت حركة الصعود منتظمة البهجة فزيادة الانثناء تبقى ثابتة لأنه حيث كانت القوة المحركة ثابتة فتكون قوة القصور الذاتي المساوية والمضادة لها ثابتة كذلك ويفهم من التجديبة السابقة أن التشاغل يؤثر على الجسم في حالة الحركة كما يؤثر عليه في حالة السكون فإذا حركت عربة مثلاً موضوعاً على طريق أفقي أملس حركة عجيبة بسحبها بواسطة حبل فإنه يمكن التحقق مما برصد الحبل وأما بالدينامومتر من أن شدة الحبل المذكور في هذه الحالة أكثر منها في الحركة المنتظمة وزيادة الشدة هذه بقدرها قوة القصور الذاتي للعربة وتلك القوة ناشئة من العربة المذكورة ولكنها مؤثرة بواسطة الحبل السابق ذكره على المحرك الذي يجذب تلك العربة في القوة الطاردة المركزية.

الحركة الدائرية — القوة الجاذبة المركزية — إذا فرضت نقطة مادية ١ متحركة بانتظام على محيط دائرة مركزه  $\phi$  يقال أنه إذا كانت هذه النقطة ليست متأثرة إلا بالسرعة الابتدائية فقط فإنها تتحرك على خط مستقيم في اتجاه الجزء المستقيم ٢ أعني في اتجاه المماس  $\alpha$  بموجب ما تقدم ولكن حيث أن المحرك يتحرك على محيط الدائرة المذكورة فينتج أن يكون متأثراً بقوة وحيث كانت الحركة منتظمة فيلزم أن تكون هذه القوة متجهة نحو المركز لأنه إذا فرض أن تلك القوة متجهة في اتجاه حيثما اتفق مثل ٣٥ شكل ٣٦ فيمكن تحليلها إلى قوتين أحدهما  $\phi$  عمودية على اتجاه المحرك ولا يمكن أن تغير سرعته والأخرى  $\psi$  على اتجاه المماس في نقطة  $\alpha$  وهذه







٤٤  
القوة تغير سرعة المتحرك وعلى هذا فلا تكون الحركة منتظمة وحينئذ  
فلجسم الذي يسير بانتظام على محيط دائرة يكون متأثراً بقوة موجهة  
دائماً نحو المركز

وهذه القوة تسمى بالقوة الجاذبة المركزية نسبة لاتجاهها

القوة الطاردة المركزية - كما ان الفعل له رد فعل مساو ومضاد له كذلك القوة الجاذبة المركزية التي  
تجعل المتحرك يتحرك على محيط الدائرة بانتظام لها رد فعل في جهة مضادة ومؤثر على الجبهة الناشئ عنها القوة  
الجاذبة المركزية وليس هو الا حالة خصوصية من قوة القصور الذاتي  
وعلى هذا فتكون القوة الطاردة المركزية عبارة عن رد الفعل الحادث من الجسم على الجبهة المادية التي تجبره  
لان يسير على محيط دائرة بحركة منتظمة

وحيث ان القوة الطاردة المركزية ناشئة عن القوة الجاذبة المركزية فتكون هاتان القوتان متوازيتين  
اعني انه بمجرد انقطاع تأثير القوة الجاذبة المركزية ينقطع في الحال تأثير القوة الطاردة المركزية ولكن  
يجب ملاحظة ان هاتين القوتين لا يقعان قط مباشرة على نفس النقطة المادية  
ولربما يتوهم انه يفهم من لفظة طاردة مركزية ان القوة الطاردة المركزية تبعد المتحرك عن المركز فهذا  
خطأ محض حيث ان القوة المذكورة ليست واقعة على المتحرك مباشرة

ففي المصانع مثلاً الحذب الواقع من اليد على الحجر لأجل حفظه على محيط دائرة هو القوة الجاذبة المركزية  
وهي واقعة على الحجر المذكور بواسطة الجبل ولكن في هذه الحالة تكون اليد مجذوبة في آن واحد  
بالقوة الطاردة المركزية الناشئة عن ذلك الحجر وواقعة على اليد بواسطة الجبل وهاتان القوتان  
تحد ثان أيضاً للجبل شداً وبمكنا قطعه فينثذ اذا انقطع الجبل بتأثير الشد المذكور أو صار قطعه  
فان تأثير القوة الجاذبة المركزية ينعدم وتنعدم في الحال القوة الطاردة المركزية ويبقى الحجر متأثراً  
بسرعة المكتسبة وينقذف حينئذ على اتجاه المماس لمحيط الدائرة الدائر عليه

تنبيه - اذا سار المتحرك على منحنى خلاف قوس الدائرة فالنتائج التي تحصل تكون مشابهة لما تقدم  
اعني ان القوتين الجاذبة المركزية والطاردة المركزية تكونان دائماً عموديتين على المنحنى المقطوع  
واذا كانت القوة التي تؤثر على المتحرك ليست موجهة في اتجاه العمودى للمنحنى فتتخلل كما تقدم الى قوتين  
احدها عمودية على المنحنى وهي القوة الجاذبة المركزية والاخرى مماسة وهي التي تغير سرعة المتحرك  
وتكون حينئذ حركة متغيرة وهذا حاصل في الكواكب حيث انها تسير على قطاعات ناقصية بتأثير قوة  
تمر دائماً بأحدى البورتين

تقدير القوة الطاردة المركزية - لأجل الحصول على مقدار القوة الطاردة المركزية نبحث عن مقدار  
القوة الجاذبة المركزية المساوية لها فنقول

اذا فرض ان المتحرك 'ا' سائر بانتظام على محيط دائرة مركزه 'و' شكل ٣٧ بسرعة قدرها 'ع' وانه قطع  
القوس



$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

۴۱ فقول الى

$$\frac{F_{\text{net}}}{m} = a$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = 0$$
$$\frac{42}{21} = 2$$

أعني ان شدة القوة الطاردة المركزية مناسبة لطرد الجسم المتحرك ولربع السرعة وعكس النصف القطر

## تنبیہات

مع = ∞      أعني إذا كان الجسم ساكنا أو كان متحركا على خط مستقيم

ح =  $\frac{ع}{ع}$  ومنہ پھر

ع = ح مع

ۛ = م خ ع

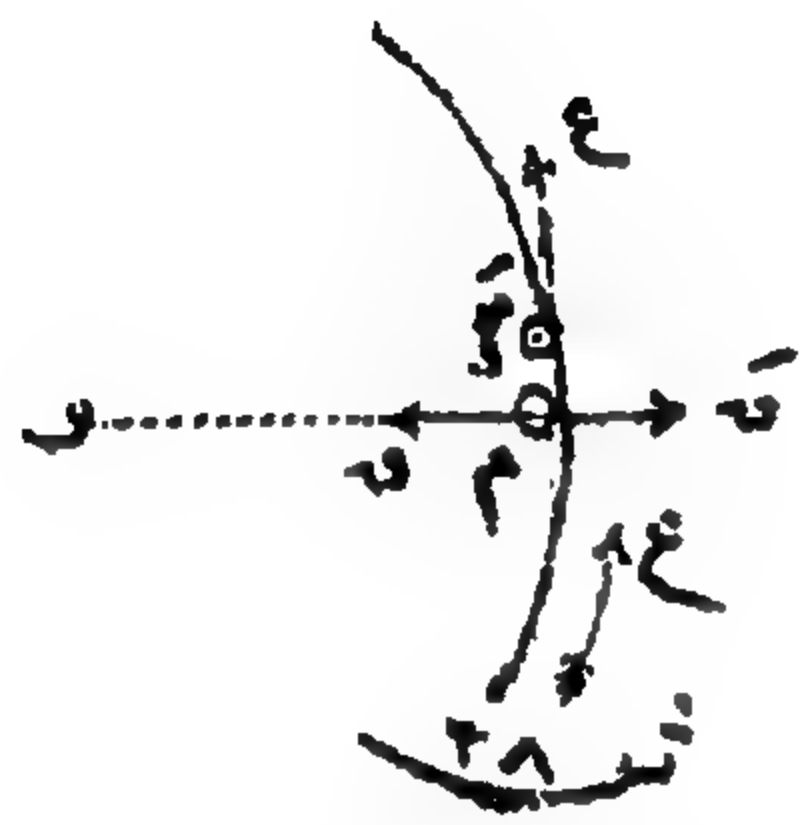
الثالث - حيث انه يمكن أيضا بيان مقدار القوة الطاردة المركزية بدلالة عدد الدورات التي يصنعها

المترك في الثانية الواحدة فاذا رمزنا له بحرف  $\delta$  يكون

$\epsilon = \epsilon$  ط لوه  $\delta$  وعليه يكون

$\delta = \epsilon$  ط م لوه  $\delta$

تطبيقات - ينتفع بالقوة الطاردة المركزية في مراوح آلات الغزيلة وفي الطلبات الدورانية وخلافها  
ففي الآلات التي تسمى بالمخففات ينتفع أيضا بالقوة الطاردة المركزية لتخفيف الأجسام المبتهلة وذلك  
بأن توضع تلك الأجسام في اسطوانات جدرانها مثقوبة ثقوباً كثيرة جداً ثم تحرك تلك الاسطوانات  
حركة دورانية سريعة جداً بحيث يقل تلك الحركة الى ١٥٠٠ دورة في الدقيقة الواحدة وحينئذ إذا فرض  
عنصر ما في مثل م شكل ٣٨ موجود على السطح الداخلي للاسطوانة فإنه



بسبب أن السطح المذكور يجبر ذلك العنصر على أن يتحرك حركة مستديرة  
فيحدد التأثير أو القوة الجاذبة  $\delta$  الواقعة على العنصر السالف ذكره  
وهذا العنصر يؤثر على ذلك السطح بره فعل مساو إلى  $\delta$  هو القوة  
الطاردة المركزية

ففي وجد أحد العناصر أمام أحد الثقوب في الوضع م فإن كلتا  
القوتين تنعكس والعنصر المذكور المشترك في السرعة  $\epsilon$  مع الاسطوانة أثناء الدوران ينقذف  
إلى الخارج على اتجاه المماس

ونمثل ذلك يحصل بالنسبة للعناصر المائية الموجودة داخل الجسم المبتهل حيث أن الثقوب فيه هي المسام  
وحينئذ فالماء يأت منه بالتدريج إلى الجدران ومنه ينقذف إلى الخارج  
وقد تستعمل في فابريقات السكر آلات مشابهة للمخففات تسمى توربينات لأجل تخليص السكر الخام من  
العسل الأسود الملوث له

والسبب في ميل العربات السائرة بسرعة على قضبان انصاف أقطارها صغيرة إلى الانقلاب هو تأثير  
مشابه لما تقدر ولذا فإنه في السكك الحديدية لا يسمح على وجه العموم إلا بالمخفيات التي انصاف أقطارها  
تتجاوز ٢٠٠ متر وزيادة على ذلك فإنه يصدر تعلية القضيب الخارج عن الداخل بمقدار يكون  
كبيرا كلما كان نصف القطر صغيرا والسرعة كبيرة

والذي ينبغي أن السبب في حفظ الكواكب على مداراتها هو القوة الجاذبة المركزية وتعتبر أنها ناشئة من  
جذب الشمس للكوكب وأن القوة الطاردة المركزية المساوية لها ناشئة من الكوكب لكنها واقعة  
على الشمس وتعتبر الجذب الواقع من الكوكب على الشمس

وقد ينسب إلى القوة الطاردة المركزية التقصير الحاصل لثقل الأجسام على سطح الأرض بمجرد  
قربها من خط الاستواء وينسب إليها أيضا الانتفاخ الحاصل للكرة الأرضية في خط الاستواء  
ويجب التمييز بكل اعتناء بين التأثيرات المنسوبة للقوة الطاردة المركزية وبين الحركات المنسوبة للقصور

الذاتي



الذائق ففي المقام السابق ذكره مثله اشتداد الحمل ناشئ عن القوتين الطاردة المركزية والجاذبة المركزية لكن متى خرج الجبر فأن القوتين المذكورتين تنعقدان في آن واحد والجبر المذكور ينقذف في الفراغ على اتجاه المماس بناء على سرعته المكتسبة أثناء الدوران وبمثل ذلك فإن الوحل الملتصق في عجل العربات ينقذف على اتجاه المماس ويسقط على الأرض بعد أن يرس قطعاً مكافئاً بناء على ما تقدم

## شغل القوى

### في تعريف وتقدير الشغل

التأثير المفيد الناشئ من جهد عامل ما أعني شغله حسب المتعارف لا يقدر فقط بالجهد بل أيضاً بالطريق الذي حصل على طول الجهد المذكور فحينئذ الرجل الذي يرفع ثقلاً قدره خمسون كيلوجراماً لارتفاع متر واحد يحدث شغله ضعف الشغل الناتج من رفع خمسة وعشرين كيلوجراماً إلى الارتفاع المذكور وبالمثل الصانع الذي يرفع خمسين كيلوجراماً إلى ارتفاع مترين يحدث شغله ضعف شغل من يرفع خمسين كيلوجراماً إلى ارتفاع متر واحد ولكن إذا تغير كل من الثقل و الارتفاع ه بنسبة عكسية بحيث أن حاصل ضربهما يبقى ثابتاً فالشغل يصرف دائماً جهده أو أحداً وحينئذ فالحاصل ه يمكن أن يستعمل لتقدير شغله وبهذه الطريقة قد توصل إلى التعريف الرياضي لشغل القوى

### شغل قوة ثابتة

شغل قوة ثابتة نقطة تأثيرها تتحرك على اتجاه القوة - تعريف - شغل قوة ثابتة نقطة تأثيرها تتحرك على اتجاه القوة هو حاصل ضرب شدة تلك القوة في طول المسافة المقطوعة وقد يرمز عادة لشغل القوة ه بالرمز ش ه وحينئذ إذا رمز بحرف ه للمسافة ١٤ شكلاً ٣٩ المقطوعة بنقطة تأثير القوة ه فبناء على التعريف المتقدم يكون

$$\frac{1}{39} \text{ ش ه}$$

$$\text{ش ه} = \text{ه} \times \text{ه}$$

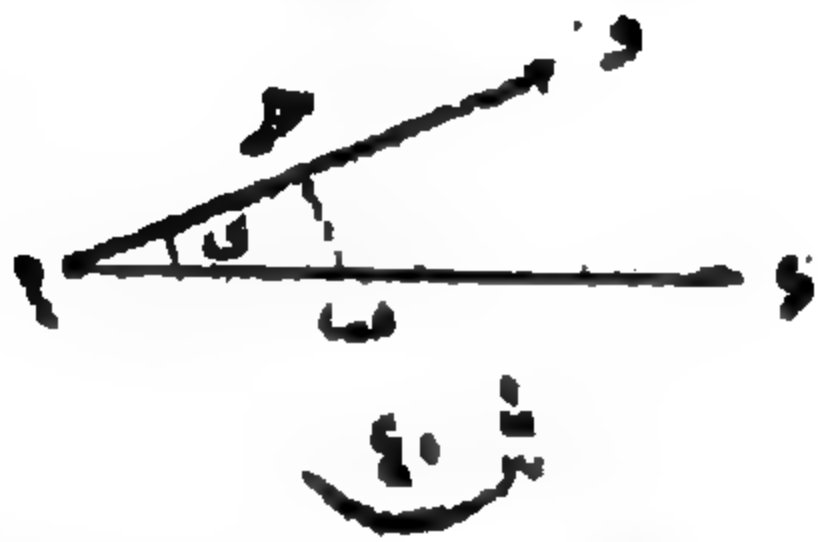
وحدات الشغل - الكيلوجرام متر - الحصان البخاري - قد يقارن بشغل التناقل شغل جميع القوى الأخرى والوحدة المختة هي الكيلوجرام متر وهو عبارة عن الشغل اللازم لرفع ثقل قدره كيلوجرام واحد إلى ارتفاع متر واحد وهو لا يتعلق بالزمن حيث أن الشغل الناتج لا يتغير مهما كان الزمن المستعمل لذلك ولكن في الآلات نظر الكومنها تمازج بعضها بالشغل الذي تحدثه في زمن معين فقد اتخذ لها وحدة أخرى مرتبطة بالزمن هي الحصان البخاري وهو عبارة عن الشغل الذي قدره ٧٥ كيلوجرام متر الحاصل في ثانية واحدة

وهذا الشغل أكثر من شغل الحصان المعتاد حيث أنه ظهر من التجربة أن تشغيل الحصان المعتاد ثمان

ساعة في اليوم الواحد يحدث شغلا قدره ٤١ كيلوجرام متر في الثانية أو ١١٨٠٨٠٠ كيلوجرام متر في اليوم ولكن شغل ٧٥ كيلوجرام متر في الثانية الواحد ينشأ عنه مدة ٢٤ ساعة شغل قدره ٦٤٨٠٠٠٠ كيلوجرام متر في الثانية الآلة التي قوتها حصان بخاري واحد يمكنها ان تؤدي شغلا أكثر من شغل خمسة خيول معتاده تتناوب مع بعضها في العمل بحيث ان كل واحد منها يشتغل ثمان ساعات كل اربعة وعشرين ساعة

الشغل المحرك - الشغل المقاوم - الشغل المحرك هو الشغل الناتج من قوة مؤثرة في جهة الحركة وهذه القوة يقال لها قوة محركة أو قوة فقط والشغل المقاوم هو الشغل الناتج من قوة مؤثرة في جهة معنادة لحركة المتحرك وهذه القوة تسمى بالمقاومة فمثلا اذا رفع جسم فالشغل الناتج هو شغل محرك والشغل الذي يحدثه الشاغل على الجسم المذكور هو شغل مقاوم

شغل قوة ثابتة نقطة تأثيرها تتحرك على خط مستقيم في اتجاه مغاير لاتجاه القوة المذكورة - تعريف - يسمى شغل قوة ثابتة نقطة تأثيرها تتحرك على خط مستقيم في اتجاه مغاير لاتجاه القوة المذكورة حاصل ضرب تلك القوة في المسافة المقطوعة فيجب تمام الزاوية الواقعة بين اتجاهي القوة والمسافة المقطوعة



فاذا فرض ان  $\theta$  قوة ثابتة مقدارها واتجاهها مؤثرة في نقطة  $\theta$  التي تتحرك على اتجاه  $\theta$  او الصانع مع اتجاه القوة المذكورة  $\theta$  زاوية قدرها  $\theta$  شكل  $\theta$  وفرض ان  $\theta = \theta$  هي المسافة المقطوعة فبناء على التعريف المتقدم يكون  $\theta = \theta = \theta$  حى (١).....

تبين ان

الأول - هذا القانون يمكن كتابته والنطق به بطريقتين مختلفتين وهما

الأول  $\theta = \theta \times \theta$  حى (٢).....

أعني ان الشغل يساوى حاصل ضرب المسافة في مسقط المسافة على اتجاه القوة

الثانية  $\theta = \theta \times \theta$  حى (٣).....

أعني ان الشغل يساوى حاصل ضرب المسافة في مسقط القوة على اتجاه المسافة

الثاني - التعريف الثاني للشغل لم يكن الا تعميما للتعريف الأول ولبيان ذلك يقال

أولا ان التعريف الثاني يحتوي على الأول لأنه اذا كانت  $\theta = \theta$  يكون حى  $\theta = \theta$  ويؤلف قانون

(١) الى  $\theta = \theta = \theta$

ثانيا يمكن حصر التعريفين السابقين في منطوق واحد لأنه يكفي ان يعتبر في قانون (٢) ان مسقط

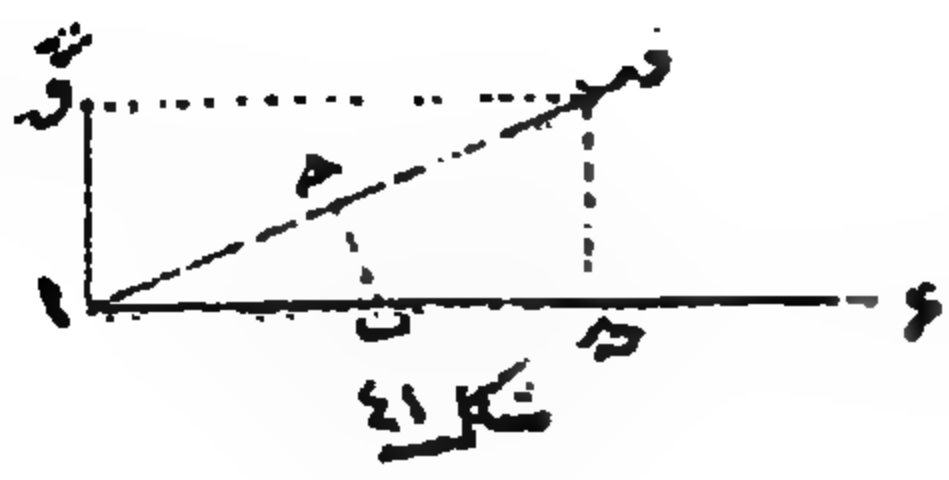
المسافة على اتجاه القوة أعني  $\theta$  عبارة عن المسافة مقدرة على اتجاه القوة وحيث يكون

شغل قوة ثابتة بالنسبة لانتقال مستقيم حيثما اتفق يساوى حاصل ضرب القوة في المسافة مقدرة

على اتجاه القوة



ثالثا يمكن استنتاج التعريف الثاني من الأول باعتبار استجابة من فكرة تأثير القوى وذلك لأن القوة المائلة قد يمكن تحليلها إلى قوتين أحدهما قد شكلت عمودية على



المسافة المقطوعة اب وتلك القوة لا تحدث اذ في تأثير على انتقال نقطة ا  
وحيث أنه فلا ينشأ عنها شغل والأخرى قد موجهة في اتجاه اب وهي التي  
ينسب لها الشغل المفروض فقط وحيث يكون

$$ش \cdot د = ش \cdot د$$

وبناء على التعريف الأول يكون

$$ش \cdot د = د \cdot حاي = د \cdot حاي \times هـ$$

وهو عين قانون (٣) السابق

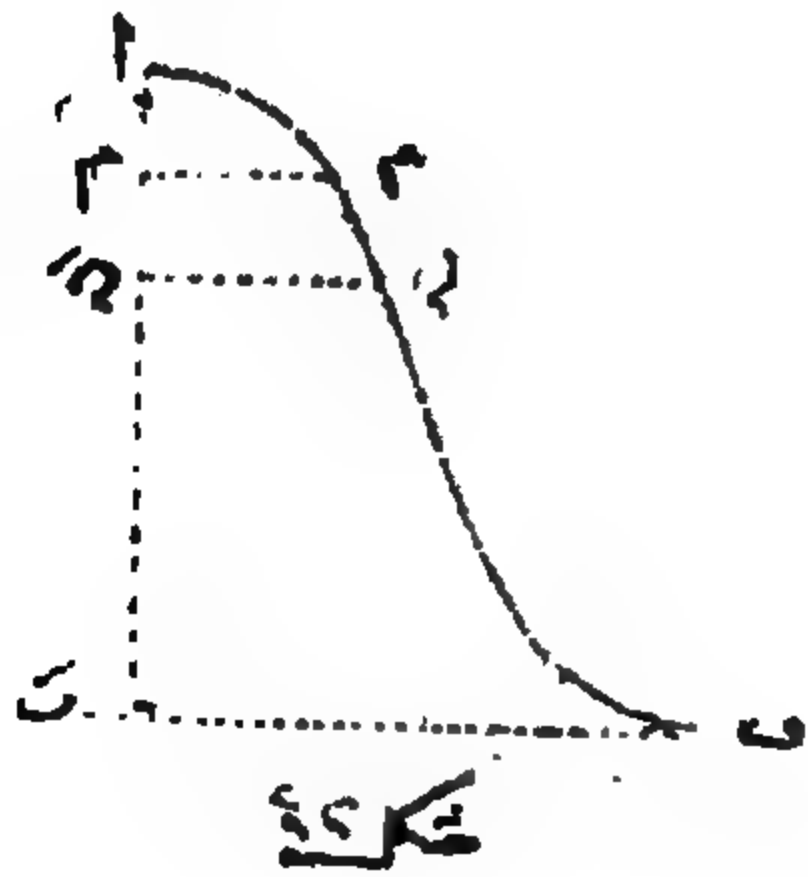
مناقشة القانون  $ش \cdot د = د \cdot حاي$  - إذا كان حاي موجبا فالشغل موجب أيضا ويكون هو الشغل المحرك وإذا كان حاي سالبا فالشغل سالب أيضا ويكون هو الشغل المقاوم وحيث أن حاصل الضرب  $د \cdot حاي$  ينعدم إذا كان احدهما صافيا مساويا للصفر فلا يتأق ذلك حينئذ إلا في ثلاث حالات

الأولى - متى كانت  $د = ٠$  . أعني أنه إذا لم توجد قوة فلا يوجد شغل كالجسم المتحرك بسرعة للمكتبه مثل كرة تتدحرج على مستوى أفقي بسرعة ثابتة

الثانية - متى كانت  $هـ = ٠$  . أعني أن الجسم لم ينتقل من محله ككتلة من الماء محصورة في حوض منقذه مغلق

الثالثة - متى كان حاي = ٠ . أعني متى كان  $٩٠^\circ$  أي أن اتجاه القوة عمودي على اتجاه المسافة المقطوعة كالهواء الذي يؤثر بالتعامد على الطريق الذي تتبعه عربة من عربات السكة الحديد

شغل التناقل على نقطة مادية - من بعد ملاحظة أن التناقل ثابت متى كانت المسافة التي يقطعها الجسم المساقط صافية بالنسبة لنصف قطر الكرة الأرضية إذا فرضت نقطة مادية ثقيلة أعني جسمًا آل إلى مركز ثقله فإنه مهما كانت المسافة المقطوعة يكون شغل التناقل مساويا لحاصل ضرب ثقل الجسم المذكور في الانتقال الرأسى لمركز ثقله



لأنه إذا فرض جزء صغير جدا  $هـ$  من المنحنى اب شكلت بحيث يمكن اعتباره خطا مستقيما فإن مقدار الشغل الحاصل عند ما يقطع مركز ثقل الجسم المذكور الجزء الصغير  $هـ$  السابق ذكره بناء على ما تقدم يكون

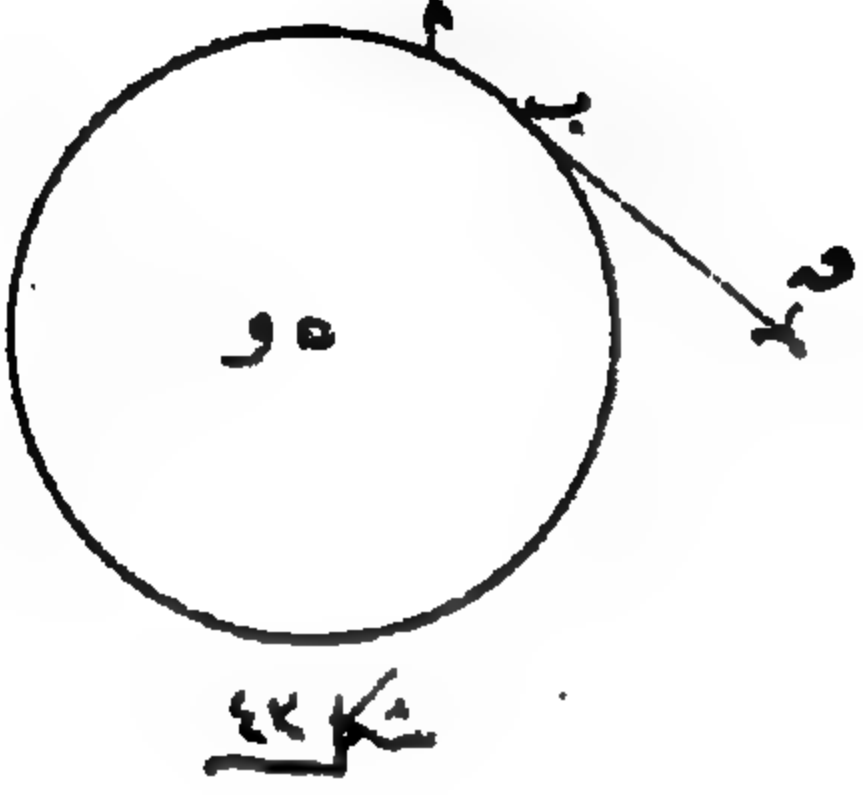
$$ش \cdot د \times م \cdot د$$

الذي فيه  $د$  رمز لثقل الجسم  $م \cdot د$  مسقط المسافة  $هـ$  على اتجاه القوة التي هي رأسية

وبمثل ذلك يكون بالنسبة لجميع أجزاء المسافة المقطوعة وحينئذ يجمع الأشغال الجزئية المحصلة  
الوجعها يحدث

$$\text{ش} = \text{ق} \times \text{ا} \text{ م}$$

شغل قوة ثابتة الشدة مؤثرة بالتماس على محيط دائرة مائلة - إذا فرض أن قوس ا ب شكل ٤٣ صغير  
جدا بحيث يتحد مع التماس ا هـ فإن شغل القوة هـ عند ما يقطع المتحرك  
المسافة الجزئية المذكورة يكون هـ  $\times$  ا ب حيث أن المسافة مقطوعة  
على اتجاه القوة وبمثل ذلك يحدث بالنسبة لكل من الأشغال الجزئية.  
وحيث أن الشغل الكلي لدورة كاملة مساوياً لمحصل ضرب القوة هـ  
في مجموع الأجزاء المستقيمة أي في طول محيط الدائرة و المقطوع أعني أن



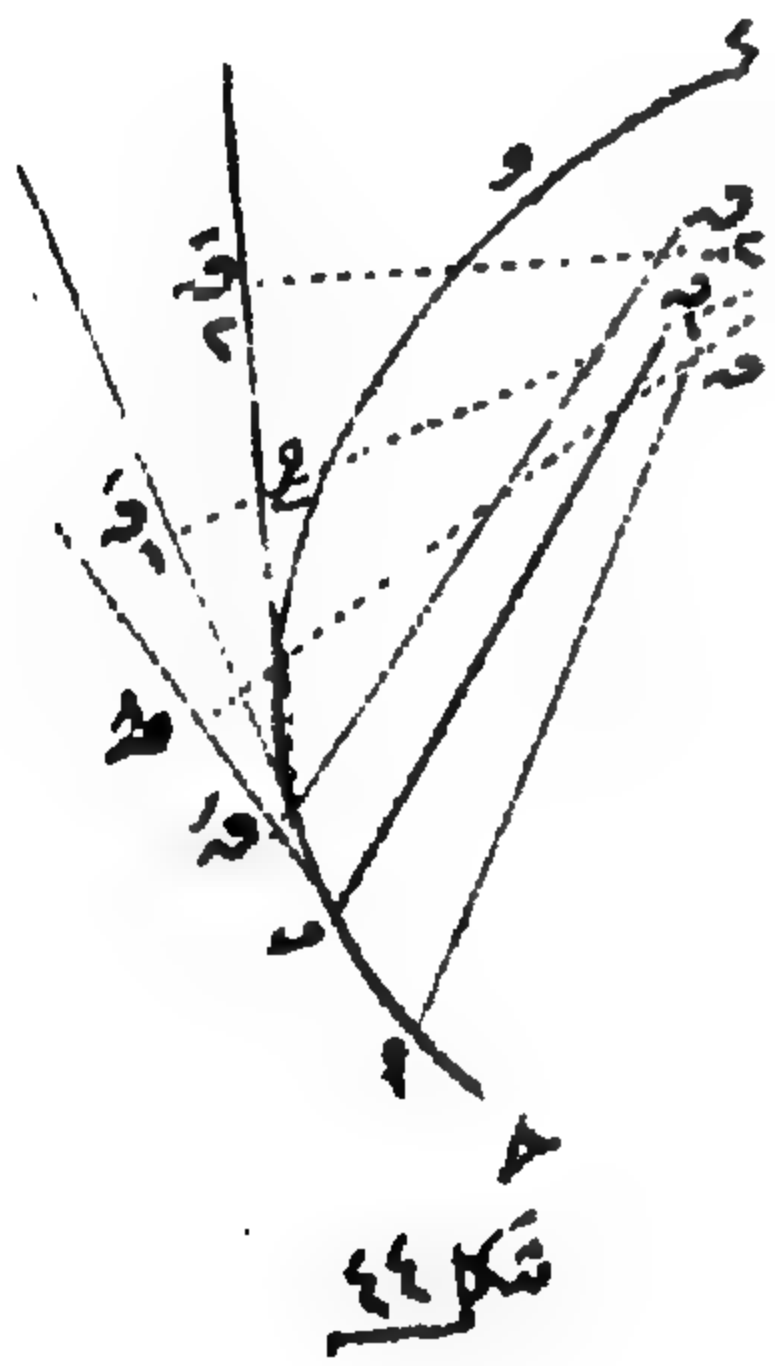
$$\text{ش} = \text{ق} \times \text{ط} \text{ م}$$

تنبيه - إذا كان المتحرك يقطع متغيراً حيث أن القوة المؤثرة عليه تبقى ماسة له دائماً ورضنا  
لطول القوس المقطوع بالرمز ل يكون

$$\text{ش} = \text{ق} \times \text{ل}$$

شغل قوة متغيرة

شغل جزئي - شغل كلي - إذا فرضت قوة متغيرة هـ مؤثرة على نقطة مادية تتحرك على خط سير معيناً اتفق  
هـ شكل ٤٤ وفرض أن ا و المسافة للقطر فإنه يمكن اعتبار القوة المتغيرة  
هـ ثابتة مقداراً واتجاهاً أثناء قطع نقطة تأثيرها الجزء الصغير ا ب  
المعتبر خطاً مستقيماً طوله هـ مساوياً لطول وتره وحيث أن ا د ارض بالرض  
قـ للسط ا هـ للقوة هـ على اتجاه الوتر ا ب فإن مقدار الشغل الجزئي  
لهذه القوة بناء على ما تقدر يكون



$$\text{ق} \times \text{هـ}$$

وبالمثل بالنسبة للأجزاء المتتالية تكون الأشغال الجزئية مبينة بالمقادير  
المشابهة للمقدار السابق ومجموعها يكون

$$\text{ق} \times \text{هـ} + \text{ق} \times \text{هـ} + \text{ق} \times \text{هـ} + \dots$$

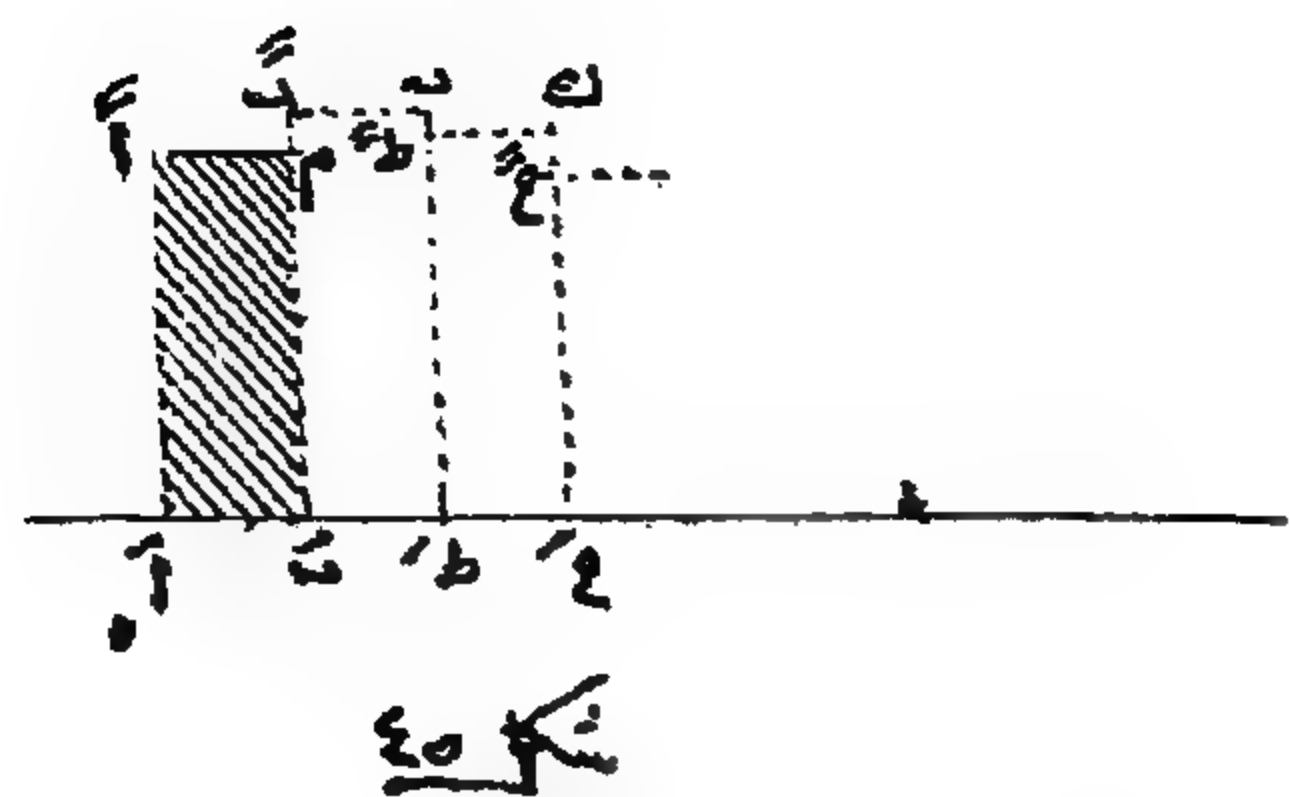
وحيث أن الشغل الكلي للقوة يكون هو النهاية التي يميل إليها مجموع الأشغال الجزئية المذكورة حينما  
تميل المسافات الجزئية هـ ، هـ ، هـ ، ... نحو الصفر

فإذا علمت الارتباطات الدالة على تغيرات القوة وشكل خط السير يمكن تعيين مقدار الشغل الكلي بكميات  
محدودة لكن حيث أن معلومية تلك الارتباطات ليست من حدود هذا العلم الابتدائي فيكفي بالطريقة  
الرسمية الآتية

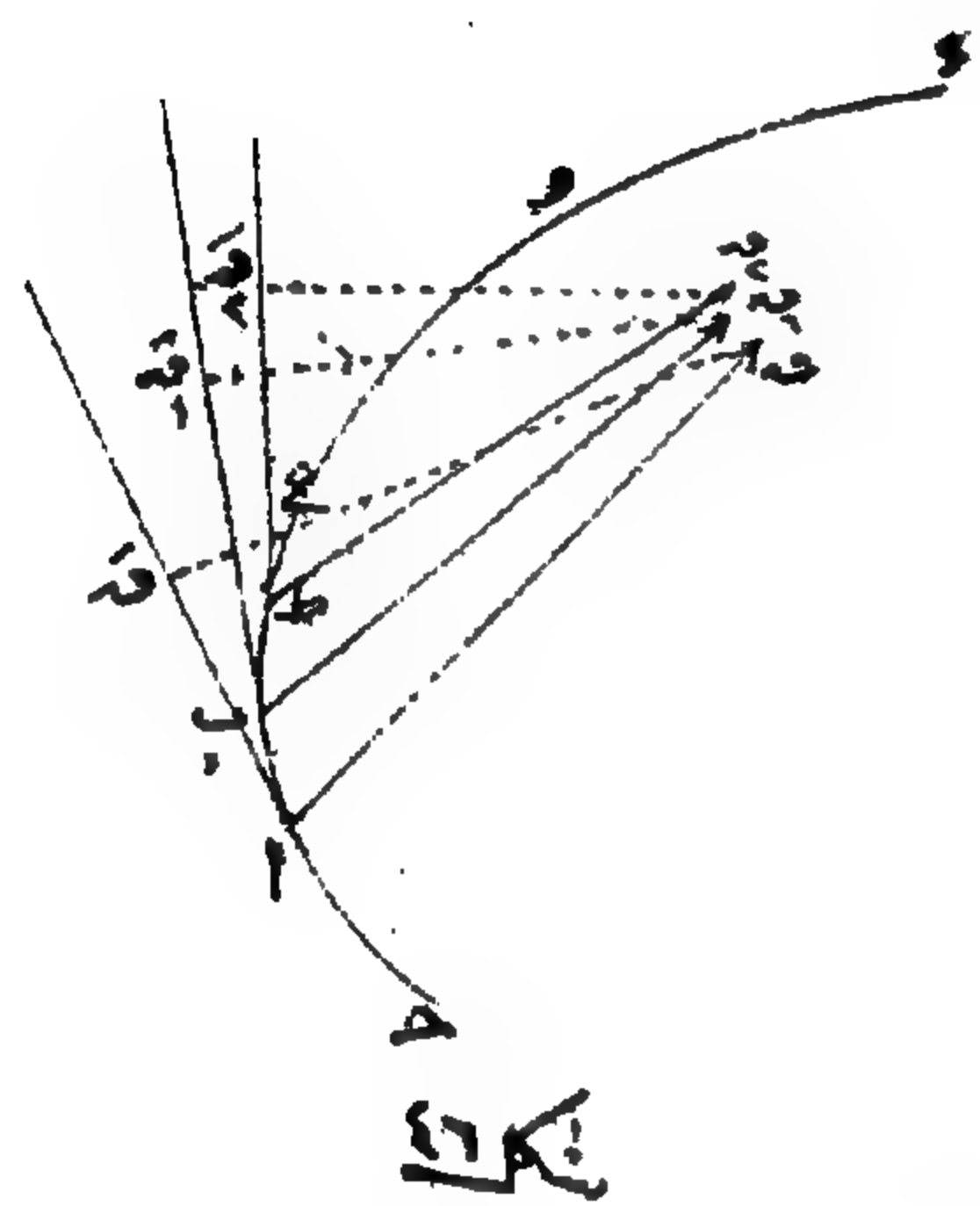
الطريقة



الطريقة الرسمية لتقدير شغل قوة متغيرة - هذه الطريقة هي ان تقسم المسافة المقطوعة الاجزاء صغيرة جدا بحيث يمكن اعتبار كل منها مستقيما في الظاهر وأن القوة ثابتة عند ما يقطع الحرك كل جزء من تلك الاجزاء

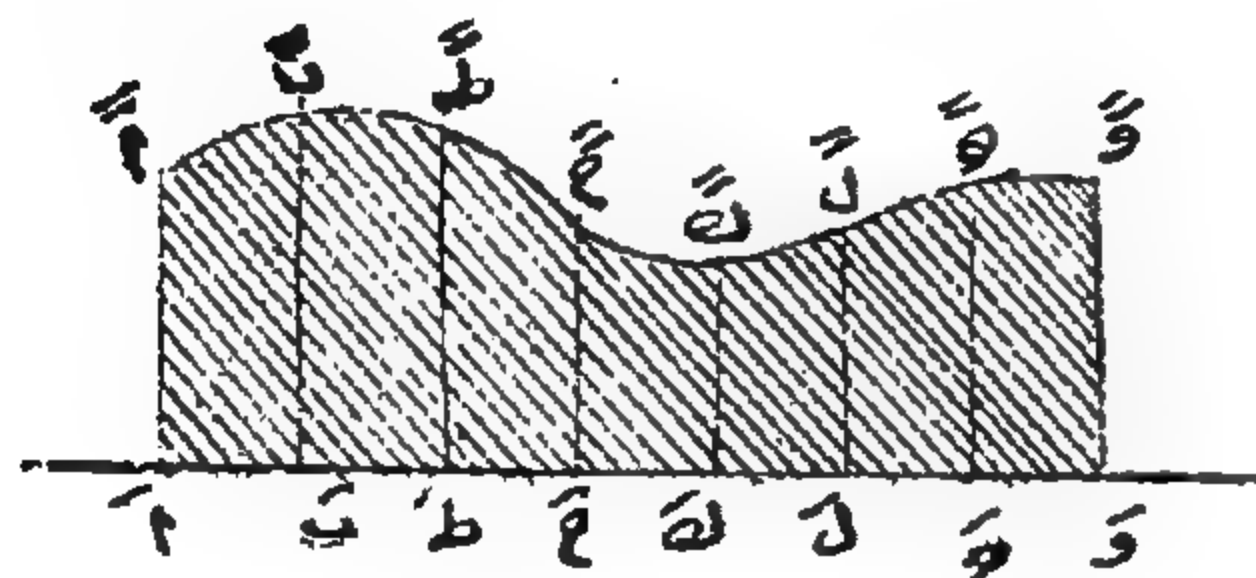


المذكورة ثم تؤخذ بصفة احداثيات افقية الأطوال  $\alpha$  ،  
 $\beta$  ،  $\gamma$  ،  $\delta$  ، ..... شكل ٤ المساوية الى المسافات الجزئية  
 المستقيمة  $\alpha$  ،  $\beta$  ،  $\gamma$  ،  $\delta$  ، ..... شكل ٥ المتكون منها خط  
 السير المفروض وتؤخذ بصفة احداثيات رأسية على الأعمدة  
 المقامة من نقط  $\alpha$  ،  $\beta$  ،  $\gamma$  ،  $\delta$  ، ..... الأطوال  $\alpha'$  ،  $\beta'$  ،  $\gamma'$  ،  $\delta'$  ، .....  
 المساوية الى المساقط  $\alpha$  ،  $\beta$  ،  $\gamma$  ،  $\delta$  ، ..... للقوة المفروضة على  
 الاتجاهات المختلفة لتلك المسافات الجزئية فالشغل الجزئي  $\alpha$  هو المنسوب  
 للاستقال  $\alpha$  ان يكون حينئذ مهينا بالمستطيل  $\alpha$  م م ت وبمثل ذلك يكون  
 بالنسبة لباقي الاشتغال الجزئية المنسوبة لباقي الانتقالات الأخرى عليه  
 فيكون مجموع الاشتغال الجزئية عبارة عن مجموع المستطيلات  
 $\alpha$  م م ت +  $\beta$  م م ت +  $\gamma$  م م ت +  $\delta$  م م ت + ..... .



الذي يكتفى بتعيين مقداره اذا اريد الحصول على تقريب غير دقيق  
ولا يخفى ان تقدير شغل القوة المتغيرة هذا يكون مقربا تقريبا كافيا كلما كانت الاجزاء اصاب طاع  
..... صغيرة جدا فيستد اذا اخذ عدد تلك الاجزاء في الازدياد بقدر ما يراد فالنقط ائات طاع  
... تقرب من بعضها بقدر ما يراد وينشأ عن مجموعها معنى بحيث يكون السطح المحصور بينه وبين الرأسين  
المتطرفين ومحور السينات دالا على المقدار الحقيقي لشغل القوة المتغيرة بالضبط

ولأجل رسم الخنثى المذكور بضبط كاف يفرد بالدقة على قدر الأماكن الجزء ٢٠ من مخط سير المحرك  
على محور السينات من أ إلى ٤٧ شكل ٤٧ وتوضع عليه النقاط



المؤسطة ب، ط، ا.... ويقام من جميع النقط أ، ب، ج، د، هـ، ز، ح، ط، ا....  
الاحداثيات الرأسية للخطى المساوية للمساقط ا، ب، ج، د، هـ، ز، ح، ط، ا....  
للقوة المتغيرة على المسافات الممتدة من نقط ا، ب، ج، د، هـ، ز، ح، ط، ا....  
لخط السير المفروض شكل ٤٦ وهذه الطريقة تتعين النقط أ، ب، ج، د، هـ، ز، ح، ط، ا....

ط ١..... للمخني المطلوب وكيفي لرسه بعد ذلك أن يوصل بين تلك النقطة بنقط متصل آء ط ....  
وحينئذ فيتعين بمساحة شبه المخرف المخني آء و شكل ٤ مقدار شغل القوة المتغيرة المفروضة  
ويمكن الحصول على مقدار مساحة الشكل الذي من هذا القبيل اما بقانون بودنسلي أو بقانون سميسون أو  
بقانون الاشباه المخرفة المستقيمة الاضلاع

ويتوصل احيانا لتعيين مقدار مساحة شكل **أ أ' و و'** المذكور بقطعه من الورق ووزنه ثم وزن سطح

معلوم من الورق عينه وتعيين النسبة بين الوزنين المذكورين التي بواسطتها يمكن تعيين مساحة ذلك الشكل وهذه الطريقة سريعة جدا وانما تقتضى أن يكون الورق متجانسا جيدا والتقريب الناتج من هذه الطريقة الرسمية يكون عظيما كلما كان انفراد خط السير محمولا جيدا والنقط للتوسط عديدة والمختن مرسوما بكل اعتناء

وبواسطة الآلة المسواة دليل المعلم وآت يمكن رسم المنحنيات المشابهة للمختن الذي شكلنا عليه مباشرة من نفسها وتلك المنحنيات تستعمل لتقدير شغل البخار في اسطوانات البخار وتسمى بالخطوط البيانية الجهد المتوسط - الجهد المتوسط لقوة متغيرة هو شدة القوة الثابتة التي تحدث على الطريق عينه نفس الشغل الذي أحدثته القوة المتغيرة المفروضة فاذا رمزنا بالرمز  $h$  لشغل القوة المتغيرة وبالرمز  $h_0$  للمسافة المقطوعة وبالرمز  $h_1$  للقوة المتوسطة فبنا على التعريف المتقدم يكون

$$h = h_0 \cdot \frac{h_1}{h_0} \quad \text{ومنه يحدث}$$

$$h = \frac{h_1^2}{2h_0}$$

شغل محصلة جملة قوى - نظرية - الشغل الجزئي لمحصلة جملة قوى يساوى المجموع الجبري للاشتغال الجزئية للمركبات

لأنه اذا كانت القوى هي  $h_1, h_2, h_3, \dots$  ومحصلاتها هي  $h_1, h_2, h_3, \dots$  واستقلنا هذه القوى ومحصلاتها على اتجاه الانتقال الجزئي أى على اتجاه جزء المسافة المقطوع ولا حظنا بناء على كثير اضلاع القوى ان مسقط المحصلة على محور ما يساوى المجموع الجبري لمساقط المركبات ورمزنا بالرمز  $h$  القوة  $h_1, h_2, h_3, \dots$  لمساقط القوى  $h_1, h_2, h_3, \dots$  على اتجاه جزء المسافة المذكور يكون

$$h = h_1 + h_2 + h_3 + \dots$$

وبضرب طرفي هذه المعادلة في جزء المسافة  $h$  يحدث

$$h \cdot h = h_1 \cdot h + h_2 \cdot h + h_3 \cdot h + \dots \quad \text{أعني ان}$$

$$h^2 = h_1^2 + h_2^2 + h_3^2 + \dots \quad \text{وهو المطلوب}$$

نتيجة - الشغل الكلي لمحصلة يساوى المجموع الجبري للاشتغال الكلية للمركبات

لأنه يمكن ان نقسم الزمن المفروض الى جملة مسافات زمنية صغيرة صغرا كافيا بحيث في كل منها يمكن اعتبار الاستقلالات مستقيمة والقوى ثابتة ثم نضع في كل من تلك الاوقات الجزئية المذكورة شغل المحصلة يساوى المجموع الجبري للاشتغال المركبات وتجمع للتساوي الناتجة من ذلك فيحدث ان الشغل الكلي للمحصلة يساوى المجموع الجبري لجميع الاشتغال الجزئية للقوى المذكورة أعني يساوى المجموع الجبري للاشتغال الكلية للمركبات في القدرة الحية

القدرة الحية لنقطة مادية هي حاصل ضرب نصف حجم تلك النقطة في مربع سرعتها أعني اذا فرض لجسم النقطة المادية بالرمز  $m$  ولسرعتها في نهاية الزمن  $t$  بالرمز  $v$  يكون  $\frac{1}{2} m v^2$  هو القدرة الحية للنقطة المادية المفروضة بالنسبة



بالنسبة للسرعة  $v$  واما حاصل ضرب الجسم في مربع السرعة فيسمى بالقوة الحية ولا تدخل القوة الحية في بعض النظريات الاندراجاً  
في تقدير الشغل بواسطة القدرة الحية

للمهنة على ان شغل القوى يمكن تقديره بواسطة القدرة الحية توجد ثلاث حالات  
الحالة الأولى - اذا كانت قوة ثابتة ومؤثرة على نقطة مادية

نظرية القدرة الحية - شغل قوة ثابتة واقعة على نقطة مادية يساوي تغير القدرة الحية لأنه اذا فرض  
ان  $v$  هي القوة الثابتة المؤثرة على نقطة مادية في اتجاه المسافة المقطوعة فانها تحدث لها حركة منتظمة البجلة  
بناء على ما تقدم وحينئذ اذا رمز بالرمز  $v$  للسرعة الابتدائية وبالرمز  $w$  للبجلة وبالرمز  $s$  للمسافة  
المقطوعة في مدة الزمن  $t$  فيوجب ما تقدم يكون

$$ش = v = v \times t \quad \text{وحيث ان}$$

$$v = \frac{w}{t} \quad \text{فكون}$$

$$ش = v \times t = \frac{w}{t} \times t = w \quad \text{فكون}$$

$$ش = v \times t = \frac{w}{t} \times t = w \quad \text{فكون}$$

$$ع = \frac{w}{t} \quad \text{فكون}$$

وحيث أن

$$و = ع - ع$$

واذا وضع في معادلة (١) عوضاً عن  $و$  مقداره يحدث

$$ش = v \times t = \frac{w}{t} \times t = w \quad \text{أو}$$

$$ش = v \times t = \frac{w}{t} \times t = w$$

اعني أن شغل القوة المذكورة يساوي القدرة الحية النهائية مطروحة منها القدرة الحية الابتدائية  
واذا لم تكن القوة المفروضة متجهة في اتجاه المسافة المقطوعة فتصل النتيجة عينها حيث انه يمكن تحليل  
تلك القوة الى قوتين احدهما عمودية على المسافة المقطوعة ولا تحدث للنقطة المادية المذكورة اذ في شغل  
بموجب ما تقدم والاخرى في اتجاه تلك المسافة المقطوعة ويكون شغلها عين شغل القوة المفروضة كما تقدم  
أيضاً

الحالة الثانية - اذا كانت جملة قوى حيثما اتفق مؤثرة على نقطة مادية

نظرية - الشغل المتحصل من جملة قوى واقعة على نقطة مادية يساوي تغير القدرة الحية

لأنه حيث كان شغل المحصلة يساوي المجموع الجبري لشغل المركبات بموجب ما تقدم فيمكن أن لا نعتبر سوى  
شغل تلك المحصلة وحينئذ اذا فرض ان خط السير منقسم الى جملة اجزاء صغيرة صفراً كافياً بحيث  
يمكن اعتبار كل منها مستقيماً وان في مدة قطع كل منها تعتبر المحصلة المذكورة ثابتة الشدة والاتجاه وفرضنا  
ان  $m$  هو جسم المتحرك وان  $v$  هي سرعته الابتدائية ورمزنا بالرمز  $v$  ،  $v$  ،  $v$  ، ... لسرع المتحرك  
المذكور في نهاية كل من الجزء الأول والثاني والثالث ، ... والأخير يكون الشغل المتحصل من تقاطع النقطة

المادية المذكورة الجزء الأول مساويا الى

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2} \text{ م غ} - \frac{1}{2} \text{ م غ} \\ \frac{1}{2} \text{ م غ} - \frac{1}{2} \text{ م غ} \\ \frac{1}{2} \text{ م غ} - \frac{1}{2} \text{ م غ} \\ \dots \dots \dots \\ \frac{1}{2} \text{ م غ} - \frac{1}{2} \text{ م غ} \end{array}$$

وحينا تقطع الجزء الثاني مساويا الى

وحينا تقطع الجزء الثالث مساويا الى

.....

وحينا تقطع الجزء الأخير مساويا الى

$$\frac{1}{2} \text{ م غ} - \frac{1}{2} \text{ م غ}$$

ويجمع هذه الاشغال الجزئية الى بعضها والاختصار يحدث

$$\text{الشغل الكلى} = \frac{1}{2} \text{ م غ} - \frac{1}{2} \text{ م غ}$$

أعني ان الشغل الكلى للمصلحة يساوى القدرة لحيمة النهائية مطروحا منها القدرة لحيمة الابتدائية الحالة الثالثة وهى الحالة العمومية - اذا كان جملة قوى حيثما اتفق واقعة على جملة نقط مادية مرتبطة مع بعضها

اذا اعتبرت في هذه الحالة جملة حيثما اتفق من النقط المادية متحركة بتأثير عدد حيثما اتفق من القوى فانه براعاة جميع القوى الداخلة والخارجة الواقعة على كل من تلك النقط يمكن اعتبار كل منها مطلقا والقوى الداخلة هي القوى التي تعوض الارتباطات التي تجبر نقط الجملة المادية على التحرك بشروط معينة كبقائها مثلا على ابعاد ثابتة من بعضها او تحركها على خطوط اوسطوح ثابتة وهكذا نظريتها - المجموع الجبرى لاشغال جميع القوى الواقعة على جملة حيثما اتفق من النقط المادية يساوى المجموع الجبرى لتغيرات القدر لحيمة لنقط الجملة المذكورة لانه بالنسبة لكل نقطة من نقط الجملة المادية يكون شغل محصلة جميع القوى الواقعة على تلك النقطة مساويا الى

$$\frac{1}{2} \text{ م غ} - \frac{1}{2} \text{ م غ}$$

ولاجل الحصول على مقدار الشغل الكلى يلزم ايجاد حاصل جمع الاشغال الجزئية لكن حيث ان هذا الحاصل يتركب من جملة حدود مشابهة كل منها الى  $\frac{1}{2} \text{ م غ}$  التي يمكن بيان مجموعها بالمقدار  $\frac{1}{2} \text{ م غ}$  ومن جملة حدود آخر مشابهة كل منها الى  $\frac{1}{2} \text{ م غ}$  التي يمكن بيان مجموعها بالمقدار  $\frac{1}{2} \text{ م غ}$  فينبذ اذا رُمز لمجموع اشغال جميع القوى الواقعة على اجملة المادية بالرمز ش و يكون

$$\text{ش} = \frac{1}{2} \text{ م غ} - \frac{1}{2} \text{ م غ}$$

وهو المطلوب اثباته

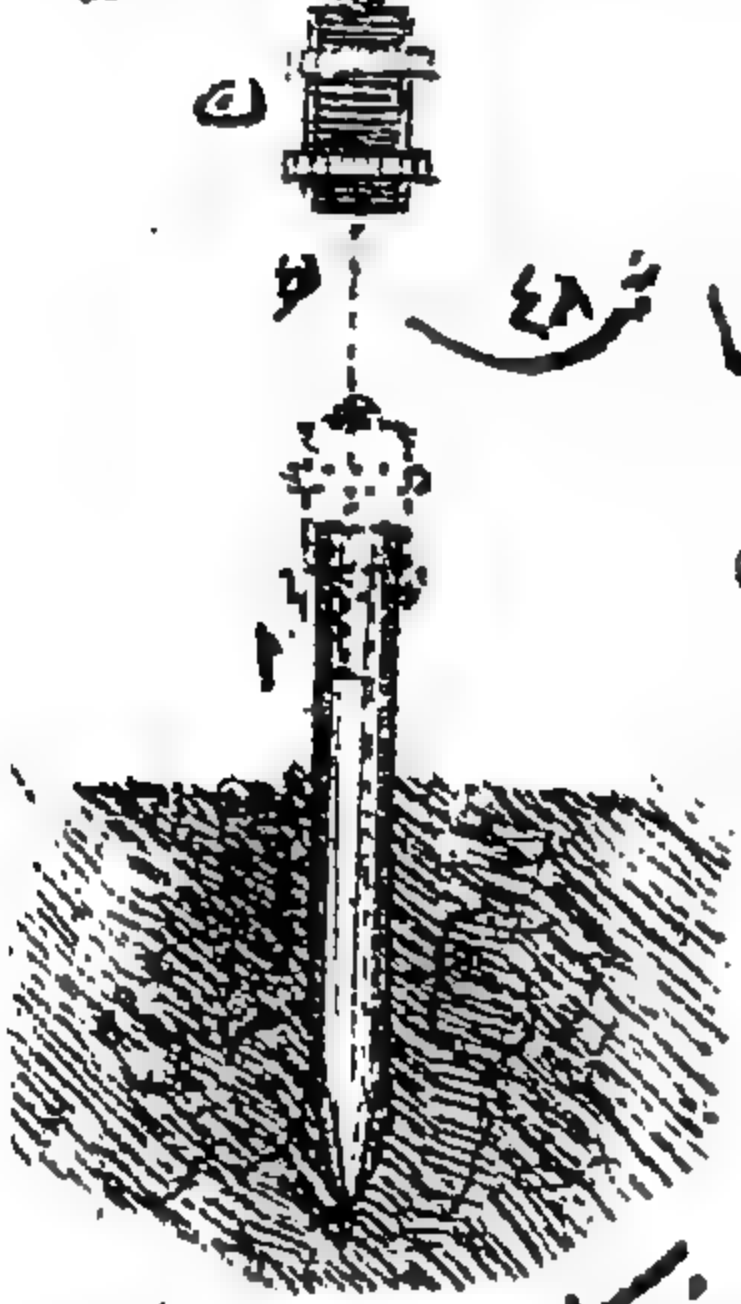
تنبيه - من المهم جدا معرفة انه بواسطة معادلة القدرة يمكن الحصول على شغل اى قوة بدون معرفة شدتها واتجاهها وزمن تأثيرها على المتحرك وانما يكفي فقط معرفة حجم ذلك المتحرك ومقدار تغير سرعته الناشئ عن تلك القوة



وسنذكر فيما بعد جملة تطبيقات مهمة جدا على قاعدة القدر الحية لأجل فهم منية استعمالها  
تمريبات

(١) النسبة بين عزم القوة والشغل الجزئي لها - المطلوب البرهنة على ان النسبة بين الشغل الجزئي لقوة  
ثابتة واقعة على نقطة مادية وبين عزمها بالنسبة لنقطة ما كالنسبة بين جزء المسافة وبين بعد ذلك الجزء عن  
مركز العزم

(٢) الكبش المستعمل في آلة دق الخوازيق - المطلوب تعيين مقاومة الأرض من بعد معلومية ثقل الكبش  
ل وارتفاع سقوطه ه ومقدار الكمية الصغيرة التي يقطعها الخازوق ١ في النزول من تأثير  
سقوط الكبش المذكور على قوته شكل ٤٨



(٣) عدة تدور بالخيول - اذا ربطت في عدة دوائر اربعة خيول بحيث ان كلا منها ٤٨  
يحدث شدا قدره ٣٠ كيلوجرام وان نصف قطر المدار يساوي ٣ متر وان  
الخيول تدور خمسة دورات في كل ٣ دقائق فما يكون مقدار شغل الخيول المذكور  
في مدة ٨ ساعات وما يكون مقدار قوة الآلة التي تحدث نفس الشغل المتقدم  
بالخيول البخارية

(٤) الشغل الناتج من سقوط المياه - اذا كان يجري ماء تصرفه ٥٠ متر مكعب في كل ٤٤ ساعة  
وللاستفاد به جعل فيه سد ارتفاعه ٤ متر فما يكون مقدار الشغل الناتج من سقوط المياه  
من فوق رأس السد المذكور بالخيول البخارية

(٥) شغل البخار - اذا كانت آلة بخارية غير انتشارية ومساحة قطاع مكبسها ٣٠ وطول الرجة فيها  
ل وضغط البخار فيها ض فما يكون مقدار شغل الآلة المذكورة في كل ضعف رجه وما يكون شغل  
تلك الآلة أيضا بالخيول البخارية اذا كان عدد ضعف رجات المكبس في الدقيقة الواحد هو ٥٠

(٦) الشغل الناتج من انتشار غاز ما - اذا كان غاز ضغطه ٥ جوات داخل في اسطوانة الى أن  
يقطع المكبس مسافة قدرها ١/٢ من مجراه ثم غلق بعد ذلك منفذ دخول الغاز المذكور وصار  
المكبس متحركا بقوة انتشار ذلك الغاز فما يكون مقدار الشغل المتحصل من الانتشار بفرض عدم  
تغير درجة الحرارة وما يكون مقدار تأثير الضغط المقاوم

(٧) ما مقدار السلك اللازم اعطاؤه للوح من الخشب حتى لا ينثقب بتأثير مقذوف ثقله ٥ وسرعته  
ع من بعد ملاحظة ان المقاومة المتوسطة للخشب هي ٥

(٨) ما مقدار الشغل المتحصل من بارود داخل ماسورة بندقية من بعد معلومية ان الرصاصة التي  
ثقلها ٥ تخرج من البندقية المذكورة بسرعة قدرها ٥٠ امتار في الثانية

## استقال الشغل في الآلات

### تطبيق قاعدة القدر والحكمة على الآلات

الآلة هي جسم أو عدة اجسام مرتبطة بعضها مع بعض معدة لنقل شغل القوى والقوى التي تؤثر على آلة ما بعضها يحرك تلك الآلة ويسمى بالقوى المحركة وشغلها يسمى بالشغل المحرك والبعض الآخر يميل لإبطاء أو إيقاف حركة الآلة المذكورة ويسمى بالقوى المقاومة وشغلها يسمى بالشغل المقاوم

الشغل المفيد - شغل المقاومات الثانوية - المقاومات الواقعة على الآلة تنقسم الى مقاومات مفيدة أو أصلية وهي عبارة عن التأثير الذي تحدثه الآلة وشغلها يسمى بالشغل المفيد والى مقاومات ثانوية وهي مثل الاحتكاكات ومقاومات الاواسط والقادامات والارتجاجات الحاصلة في بعض القطع وهكذا وتلك المقاومات تبطل بصفة فقد محض جزاً من الشغل وشغلها يسمى بشغل المقاومات الثانوية أو الشغل العادم

مثلاً عند رفع دلو ماء بواسطة ملقاف فإن القوة التي تؤثر على المنويلة تحدث الشغل المحرك وتقلل الماء المرفوع مضروباً في الارتفاع اللازم رفعه اليه هو الشغل المفيد أما ثقل الدلو والجبل والمقاومة الناشئة من الماء والهواء على حركة الدلو والماء المصبوب أثناء الصعود ويؤسب الجبل أى المقاومة اللازم ان يتغلب عليها لأجل ثنى الجبل المذكور على الملفاف واحتكاك الصباعين فإن جميع تلك المقاومات تحدث شغلاً يسمى بشغل المقاومات الثانوية

حركة أى آلة - كل آلة يمكن اعتبارها كجولة نقط مادية مرتبطة مع بعضها وحركة بحركات مخصوصة وعلى ذلك فيمكن تطبيق قاعدة القدر والحكمة عليها وحينئذ يكون شغل القوى الواقعة على أى آلة مقدراً بتغير القدر والحكمة

وحيث أن القوى المحركة تؤثر في الجهة المضادة لجهة القوى المقاومة فتكون إشارة شغل القوى المحركة مغايرة لإشارة شغل القوى المقاومة وحينئذ إذا رمز للشغل المحرك بالرمز  $\Sigma$  وللشغل المقاوم بالرمز  $\Theta$  يكون

$$\Sigma - \Theta = \frac{1}{2} \Sigma - \frac{1}{2} \Theta$$

وهذه المعادلة المهمة تسمى بمعادلة الشغل

مناقشته - يلزم اعتبار ثلاث حالات

الاولى ان تكون  $\Sigma < \Theta$  وحينئذ يحدث  $\Sigma < \Theta$

وهذا يحصل في المدة التي فيها تأخذ الآلة في السير وفي تلك المدة تتزايد السرعة حتى تصل سرعة حالة الانظام

الثانية - أن تكون  $\Sigma = \Theta$  وحينئذ يحدث

$$\Sigma = \Theta$$

وفي هذه



وفي هذه الحالة تكون الحركة منتظمة وهذا ما يعبر عنه بالسير العومى الذى تكون فيه سرعة الآلة هي سرعة حالة الانتظام

ويفهم من ذلك أنه لا جمل أن يكون سير الآلة منتظما يلزم أن تحدث القوى المؤثرة على تلك الآلة شغلا محركا مساويا للشغل المقاوم

الثالثة - أن تكون ع د ع وحيث يحدث

ش د ش

وفي هذه الحالة سرعة الآلة تتناقص وهي المدة التى فيها تأخذ الآلة في الوقوف والشغل المحرك يكون أصغر من الشغل المقاوم ويتناقص الى أن تقف الآلة

التساوى بين الشغل المحرك والشغل المقاوم - فإثناء مدة السير أعنى أثناء المدة التى تمضى بين مبدأ سير الآلة وبين وقوفها يكون الشغل المحرك مساويا طبعا للشغل المقاوم

لأنه في معادلة ش - ش =  $\frac{1}{2} م ع$  -  $\frac{1}{2} م ع$  يكون

ع = ٠ حيث أن الآلة تسير من السكون

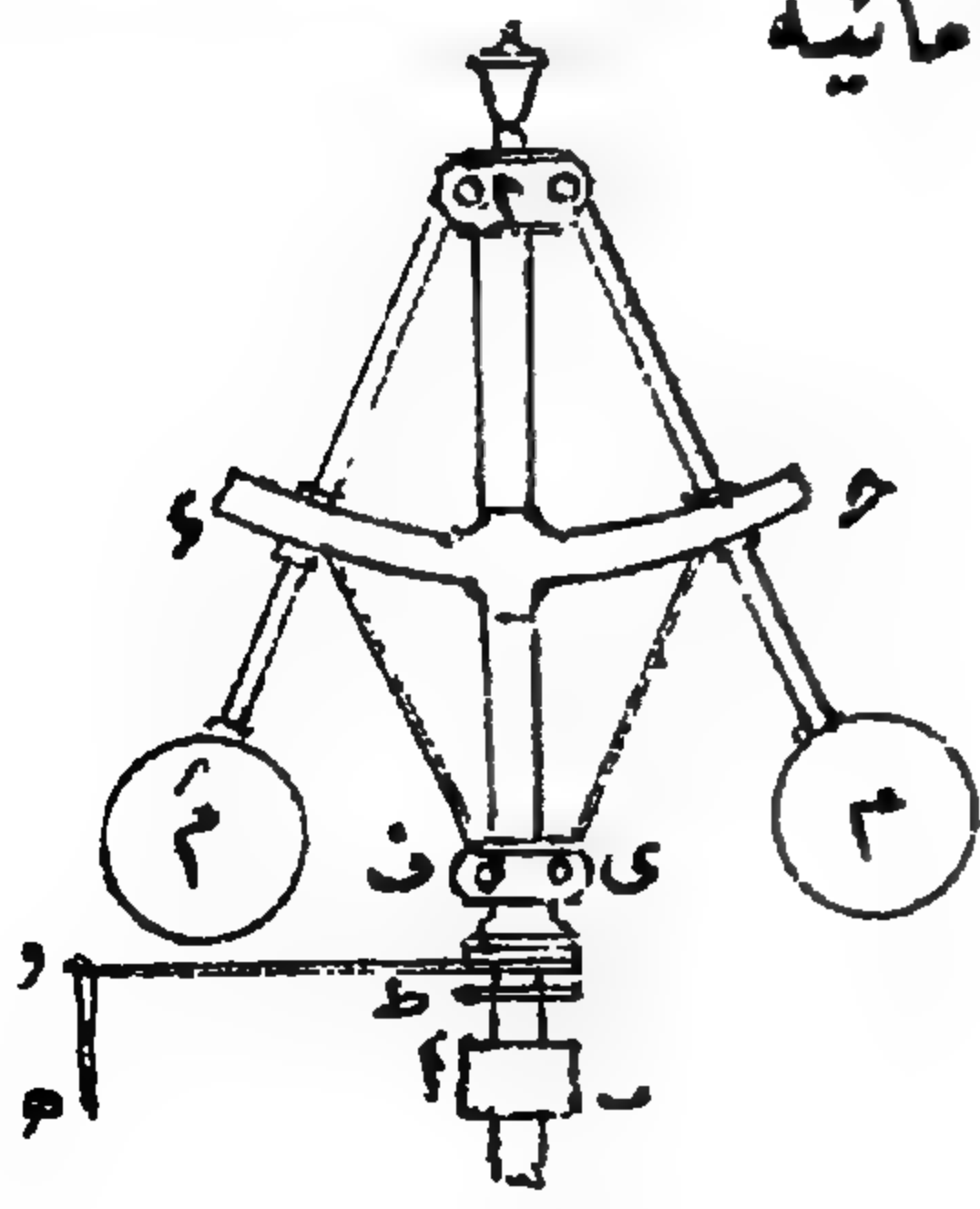
ع = ٠ حيث أن الآلة ترجع الى السكون

فحينئذ يكون ش - ش = ٠ ومنها يحدث

ش = ش

سرعة حالة الانتظام - قد ذكرنا فيما تقدم أن الآلة يكون لها سرعة حالة الانتظام متى كانت حركتها منتظمة وحيث أن الحصول على هذه الحالة بالضبط غير ممكن غالبا بسبب أن المقاومات اللازمة أن يتغلب عليها متغيرة جدا فيجئ عن الوصول للقرب من تلك الحالة بقدر الامكان وحيث أن كل تغير دافى للسرعة ينشأ عنه انقضاء وعليه يحصل فقد من الشغل فلا جمل منع تغيرات السرعة تستعمل المنظمات والطيارات التى سنذكرها فنقول -

المنظم ذو القوة الطاردة المركزية - المنظمات هي أجهزة تعدل شدة القوة المحركة عادة بتنظيم دخول البخار في اسطوانة البخار مثلا أو بتنظيم دخول كمية الماء التى تدور طارة مائية



شكل ٤٩

والمنظم الكثير الاستعمال هو المنظم ذو القوة الطاردة المركزية أو المنظم ذو الكرتين الذى عدله المعلم وات لاستعماله في الآلات

البخارية وهو يتكبد كما في شكل ٤٩ من ساق رأسى ٢ الذى يتحرك حركة دورانية بانصافه بحدود حركة الآلة ومن ساقين مائلين ١

١ مرتبطين ارتباطا مفصليا في ١ ومتجهين يجسدين ثقلين م ١ م مشتركين مع الساق الرأسى السابق ذكره في الحركة الدورانية المذكورة

ثم انه مرتبط في ١ ساقان آخران ١ و ١ و ارتباطا مفصليا

وهذان الساقان مرتبطان بجلبة ي في التي تتحرك على طول الساق ١٢ وهذه الجلبة تحرك احد ذراعي رافعة ذات مرتفع طوه وذراعيها الآخر يفتح او يغلق منفذ قبول البخار او يؤثر على اعضاء الانتشار فاذا ازدادت الحركة فان الكرتين تتباعدان وعليه فجلبة ترتفع والرافعة ذات المرفق تغلق منفذ القبول واذا نقصت سرعة الآلة فالمنظم يحدث تأثيرا مغايرا للأول

وعيب المنظمات هو تأخير تأثيرها وذلك لأنه يلزم أن تكون الحركة متزايدة قبل أن يؤثر المنظم من أجل أبطائها وحينئذ فلا يكون للمنظمات فائدة الا اذا كان تأثير الاسباب الموجبة لزيادة الحركة اولاً ببطائها له مكث

وتمنع التغيرات الدفعية للسرعة بواسطة الطيارات

الطيارات - الطيارات هي طارات ذات قطر كبير ومجسم عظيم موزع بانتظام على الخصوص مغول المحيط فتح ابتدأت الآلة في الحركة فان الطائرة تطيح ازيدا السرعة بابتلاع كمية عظيمة من الشغل الى ان تصل سرعة الآلة الى سرعة حالة الانتظام واذا ازدادت المقاومات بعد ذلك فان الطائرة تترك جزاً من القدرة الحية المشتملة هي عليها وبسبب عظم مجسمها فان سرعة الآلة تنقص بكيفية غير محسوسة ويمكن اعتبار الطائرة كمتودع يتلعب الشغل الزائد ويمنع الآلة من الهيجان ثم يتركه عند ما يضعف المحرك أو تزايد المقاومات ويمنع حصول بطئ دفعي

ثم ان وجود الطائرة في الآلات التي لها ذراع ومسوية ضروري لأجل النظم على النقط الميثة وأما آلات الكوموتيف فلا تستعمل فيها الطيارات بسبب عظم محسباتها وزيادة على ذلك فان تلك الآلات لها حاجة اذرة لتنظيم تأثير القوة المحركة

ومنى علمت التغيرات التي يمكن ان تحدثها المقاومة فانه يمكن تعيين مقادير ابعاد الطائرة بحيث ان تغيرات السرعة لا تتجاوز حدا معيناً كمقدار  $\frac{1}{10}$  مثلاً من سرعة حالة الانتظام وعيب الطائرة هو تكبير شغل المقاومات الثانوية بمقدار عظيم بسبب الاحتكاك الحاصل من اصبعها على مسنديهما

الشغل المفيد - جودة الآلة - قد علم ما تقدر ان الشغل المقاوم يترك من الشغل المفيد ومن شغل المقاومات الثانوية وحينئذ يكون

$$ش = ش + ش$$

وحيث ان  $ش = ش$  بموجب ما تقدر فيكون

$$ش = ش + ش$$

ويضم من ذلك ان الآلة تكون جيدة كلما كان شغل المقاومات الثانوية ضعيفاً حيث انه في هذه الحالة يكون الشغل المفيد جزءاً عظيماً من الشغل المحرك

فالنسبة بين الشغل المفيد والشغل المحرك هي ما تسمى بجودة الآلة او بمعامل التأثير المفيد وعلى هذا فتكون

الجودة



الجودة المذكورة مهيئة بالمقدار <sup>ش</sup>

وحيث أنه من المستحيل اعداء شغل المقاومات الثانوية فتكون الجودة دائما أصغر من الواحد ولا تتجاوز ٧٥  
في الآلات الجيدة الانادوا

وحينئذ يكون من المهم جدا تقليل المقاومات الثانوية ما أمكن ولذلك يلزم تقليل القطع المتحركة وتلطيف الاحتكاكات بصقل القطع المتناسقة وحفظ الدهانات على حالة جيدة وضبط القطع كي تصير الأخلية قليلة ويحصل تقليل الارتجاجات ما أمكن وهكذا ومع ذلك فجميع هذه الاحتراسات لا يمكنها سوى تقليل المقاومات الثانوية وليس نحوها بالكلية وعليه فتقل الشغل المقاوم فقط ولا تعدمه ويعلم من ذلك أنه يستحيل حينئذ التوصل الى شغل مساوٍ للشغل المحرك حيث أنه بأي آلة كانت لا يتحصل إلا على جزء من الشغل المحرك

من البحث البحث عن الحركة الدائمة - الحركة الدائمة موجودة من ابتداء خلق العالم فان حركات الكواكب والنجار والانهار وهكذا استمرار الوجود الى الآن ويمكن الانتفاع بأحدىها بواسطة الآلات التي تتحرك مادامت قابلة للاستعمال

وأما البحث عن الحركة الدائمة التي نحن بصددتها فهو أمر مخالف لذلك اذ الغرض منه إيجاد آلة تتحرك متحركة لانهاية له وتؤدي الى عمل مفيد وذلك بواسطة تأثير محرك عليها مدة قليلة من الزمن فقط فهذا الامر عيب محض لأنه ولو فرض عدم الحصول على ادى عمل مفيد فإنه من المستحيل أن التأثير المحدود الناشئ عن محرك أن يؤدي للآلة حركة تستمر بلا نهاية

وللبرهنة على ذلك يقال أنه بالنسبة لأي آلة بناء على ما تقدّر يكون

$$م = ش = ش$$

$$م = ش = ش$$

وحيث ان في هذه الحالة مقدار الطرف الأول من المعادلة المذكورة محدود بسبب ان مقدار كل من القوة المحركة  $م$  والمسافة  $هـ$  التي تقطعها محدود وصغير نوعا على العموم فلا يمكن ان يكون الطرف الثاني غير محدود وحيث انه مهما كان صغر مقدار المقاومة  $ك$  لا يمكن ان تكون معدومة فالعامل الثاني  $هـ$  يكون له طعما مقدار محدود وبالأولى يكون محدودا اذا كانت الآلة ملزمة لأن تؤدي عملا مفيدا وهو المطلوب

تحقيق قاعدة انتقال الشغل

قد ذكرنا فيما تقدّر أن الآلة تنقل الشغل المحرك وفي مدة من السير يكون الشغل المحرك مساويا للشغل المقاوم فهذا ما يعبر عنه بقاعدة انتقال الشغل

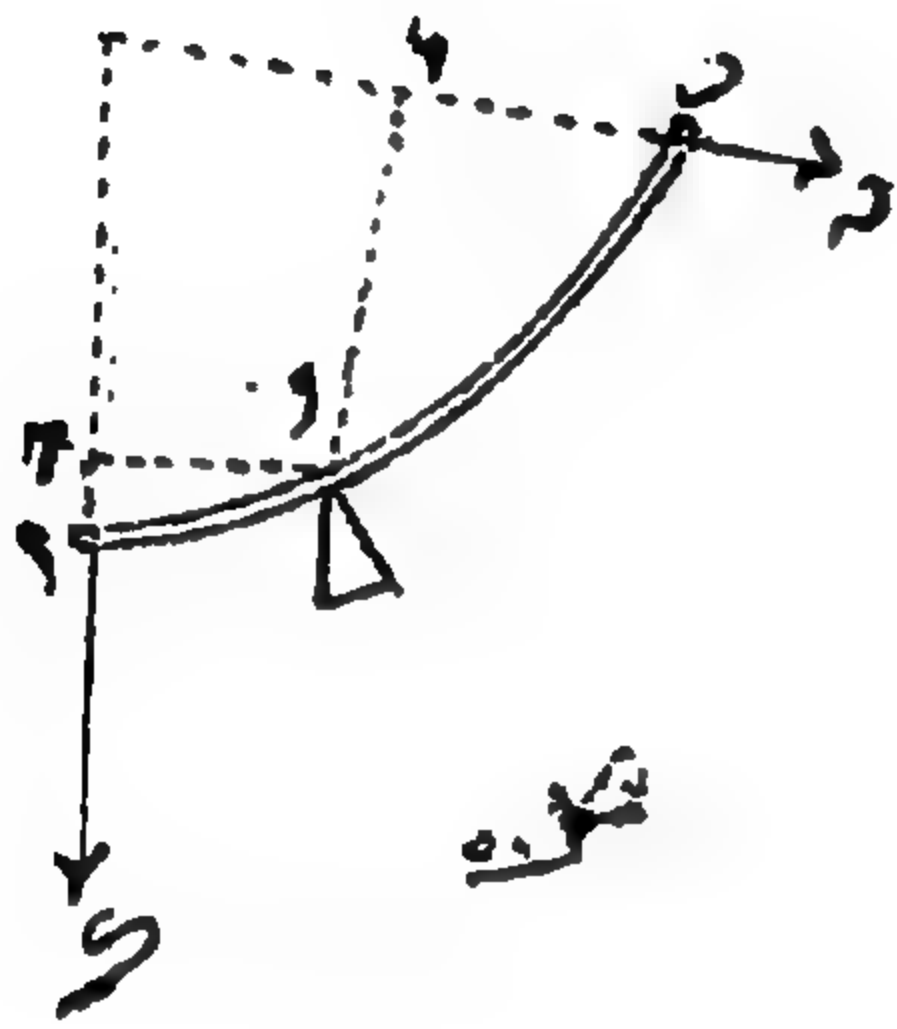
وقد تحقق بالسهولة هذه القاعدة في الآلات البسيطة المتحركة بانتظام بتأثير قوتين

وذلك لأنه حيث كانت الحركة منتظمة فالقوة  $هـ$  والمقاومة  $ك$  تتزانان معا اذ يخاف ذلك يكون لهما محصلة مؤثرة على الآلة بالاستمرار وتحدث لها حركة متغيرة وهذا مخالف للغرض فينبذ سير الآلة

بناءً على خاصية القصور الذاتي أعني يكون الشغل المحرك يساوي الشغل المقاوم  
وسنحقق التساوي بين الشغل المحرك والشغل المقاوم في الحالة الخصوصية التي نحن بصدد حلها باتخاذ الرافعة  
مثلاً وابتداءً سير مشابهاً لذلك يجري التحقيق عينه بالنسبة للآلات البسيطة الأخر المتحركة بانتظام الذي  
سيطلب فيما بعد بصفة تدرج

تحقيق قاعدة الشغل في الرافعة - إذا كان  $ا$  أو شكله رافعة متأثرة بقوة  $هـ$ ،  $ك$  فنقترض

أن القوتين المذكورتين مؤثرتان في النقطتين  $هـ$  و  $ك$  لذراعى رافعتها  
وحيث أن القوتين المذكورتين عموديتان دائماً على ذراعى رافعتها بسبب  
محصول التوازن في أثناء الحركة فإذا رمزنا  $م$  للقوسين المرسومين  
بالنقطتين  $هـ$  و  $ك$  يكون شغل القوة  $هـ$  مساوياً إلى  $هـ م$  بموجب  
ما تقدم وشغل القوة  $ك$  مساوياً إلى  $ك م$



وحيث أن القوتين  $هـ$  و  $ك$  متزنتان فبموجب ما تقدم يكون  $\frac{هـ}{ك} = \frac{م}{م}$   
وكذا حيث أن القوسين  $م$  و  $هـ$  متشابهان فيكونان مناسبين لنفوذ قوتيهما  
ويحدث  $\frac{هـ}{ك} = \frac{م}{م}$  وحينئذ يكون

$$\frac{هـ}{ك} = \frac{م}{م} \text{ ومنها يحدث}$$

$$هـ م = ك م$$

أعني أن الشغل المحرك يساوي الشغل المقاوم وهو المطلوب  
ما يكتب من القوة يفقد من السرعة - هذه القاعدة التي يلزم مراعاتها ناتجة من قاعدة انتقال الشغل  
وذلك لأن كل شغل محرك يقابل لشغل مقاوم مساو له ولكن الشغل المقاوم المذكور هو حاصل ضرب  
عاملين حيث إذا كبر أحدهما صغر الآخر فحينئذ إذا كبرت القوة التي يلزم أن يتغلب عليها صغرت  
المسافة التي تقطعها وبالعكس إذا أريد تكبير المسافة فالقوة التي يلزم أن يتغلب عليها تصبح صغيرة  
وعلى هذا فيرى أن ما يكتب من القوة يفقد من المسافة المقطوعة  
ومع ذلك فينطق بالقاعدة المذكورة عادة هكذا  
ما يكتب من القوة يفقد من السرعة

شروط توازن الآلات البسيطة المحصلة تلك الشروط

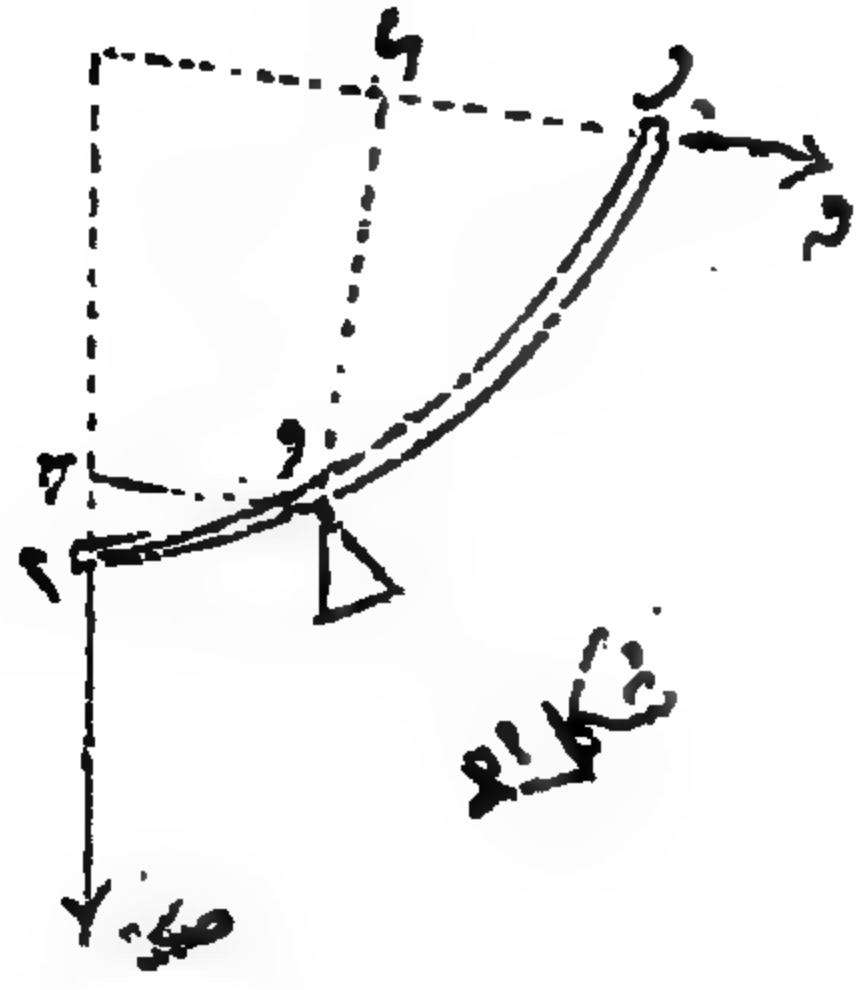
بواسطة معادلة الشغل

التساوي بين الشغل المحرك والشغل المقاوم في الآلات المتحركة بانتظام يوصل بطريقة بسيطة جداً الشروط  
توازن القوى الواقعة على تلك الآلات

توازن الرافعة - حيث أن الرافعة أو شكلها متحركة بانتظام بتأثير القوتين  $هـ$  و  $ك$  فتكون

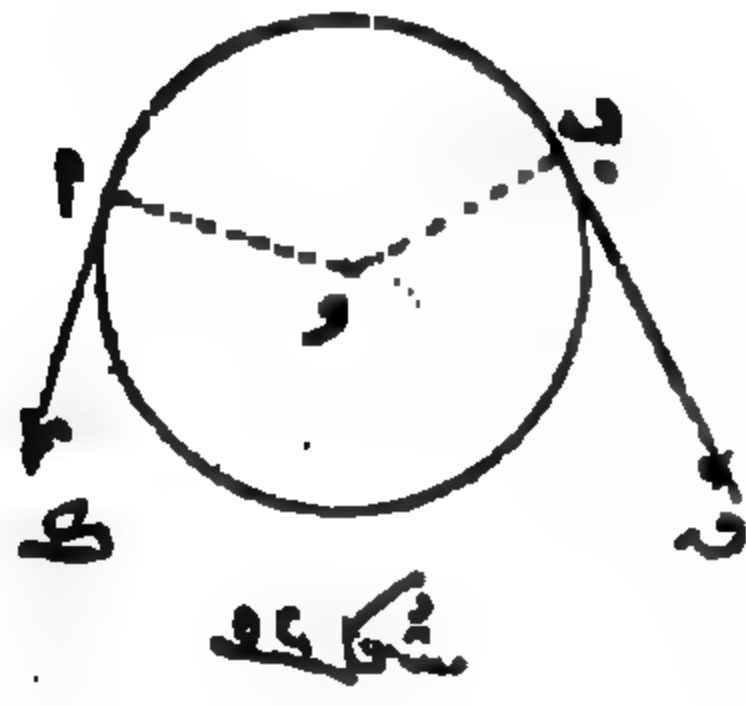


هاتان القوتان متزنتين بموجب ما تقدم وإذا فرض أنها واقعتان  
في نقطتي ١، ٢ اللتين هما نهايتا ذراعى رافعتهما فتكون هاتان  
القوتان عموديتين دائماً على و و ما دام التوازن حاصل  
وحيث أن اذ ارمز بالمزني م، ١ للمسافتين المقطوعتين بالنقطتين  
١، ٢ فإن معادلة الشغل تكون هي



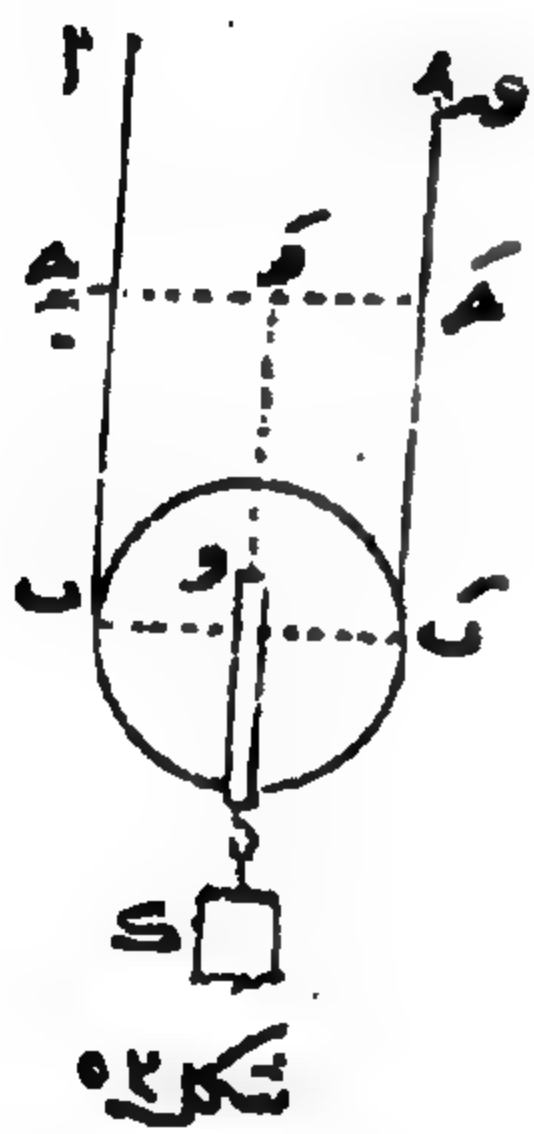
$$\begin{aligned} \text{و منها يحدث} \quad & \text{م} = \text{ك} \\ \text{ولكن بناء على ما تقدم يكون} \quad & \frac{\text{م}}{\text{ك}} = \frac{\text{و}}{\text{و}} \\ \text{وحيث أن يحدث} \quad & \frac{\text{م}}{\text{و}} = \frac{\text{ك}}{\text{و}} \\ & \frac{\text{م}}{\text{و}} = \frac{\text{ك}}{\text{و}} \end{aligned}$$

اعني ان القوة والمقاومة مناسبتان عكسا لذراعى رافعتهما وهذا هو الشرط الذي وجد سابقا  
في علم الاستاتيكا  
توازن البكرة الثابتة - حيث ان المسافتين المقطوعتين بالنقطتين ١، ٢ متساويتان  
بالبداهة فمعادلة الشغل تكون



$$\text{م} = \text{ك} \quad \text{وحيث أن يكون} \\ \text{ك} = \text{م}$$

وهذا هو شرط توازن البكرة الثابتة السابق لإيجاده  
توازن البكرة المتحركة - الحالة البسيطة المستعملة كثيرا في العمل هي  
التي فيها يكون الحبلان متوازيين وهي التي سنشتغل بها هنا فنقول  
إذا فرض ان و و شكله هو الارتفاع الذي ارتفعت اليه البكرة أو الحمل  
ك فإن كلا من الحبلين ينقص بمقدار و وحيث أن القوة و يلزم أن  
تتحرك بمقدار ٢ و و على هذا في معادلة الشغل التي هي



$$\begin{aligned} \text{م} = \text{ك} \quad & \text{يكون} \\ \text{م} = ٢ \text{ ك} \quad & \text{وحيث أن يحدث} \\ \text{م} = ٢ \text{ ك} \quad & \text{و منها يحدث} \\ & \frac{\text{م}}{\text{ك}} = \frac{١}{٢} \end{aligned}$$

وهذا هو عين الشرط السابق لإيجاده في الاستاتيكا  
توازن الملفاف - حيث ان القوتين و، ك مؤثرتان بالتاس للخطين و، ١ و شكله فني  
دار الملفاف دورة كاملة يكون  
ش = و = و ٢ ك ط و  
ش = ك = ك ٢ ك ط و

وحينئذ فمعادلة الشغل تكون

$$W = P \times h = C \times x \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$\frac{W}{C} = \frac{P \times h}{C}$$

وهي المعادلة المعروفة في الاستاتيكا

توازن البليكو - إذا كان البليكو كما في شكله فإنه إذا ارتفعت  
مقاومة  $C$  بمقدار  $h$  فإن كلا من السعة أحبال ينقص بقدر  
الارتفاع المذكور والقوة  $W$  الواقعة على نهاية الحبل السابع  
تتغل بمقدار مساو إلى  $h$  ومعادلة الشغل تؤول إلى

$$W = C \times h \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$\frac{W}{C} = h$$

توازن المستوى المائل - إذا فرض أن  $L$  هي المسافة المقطوعة  
بجسم على طول المستوى المائل شكله  $h$  فإن شغل القوة  
 $W$  بموجب ما تقدر يكون مساويا إلى  
حساب  $x \times L$

وشغل المقاومة  $C$  يكون مساويا إلى

$$L \times C \quad \text{أو}$$

$$C \times h \times L$$

وحينئذ فمعادلة الشغل تكون

$$W = C \times h \times L \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$\frac{W}{C \times L} = h$$

وهذا هو الشرط الذي وجد في الاستاتيكا بالنسبة للمستوى المائل

توازن الرافعة المضاعفة المستعملة لرفع العربات - لأجل رفع عربة بواسطة هذه الآلة شكله  $h$

يعشق أحد الاسنان  $M$  للرافعة  $W$  أسفل الدخيل ويضغط

على المقبض  $A$  لنهاية الرافعة  $B$  وحساب مقدار الشغل  $W$

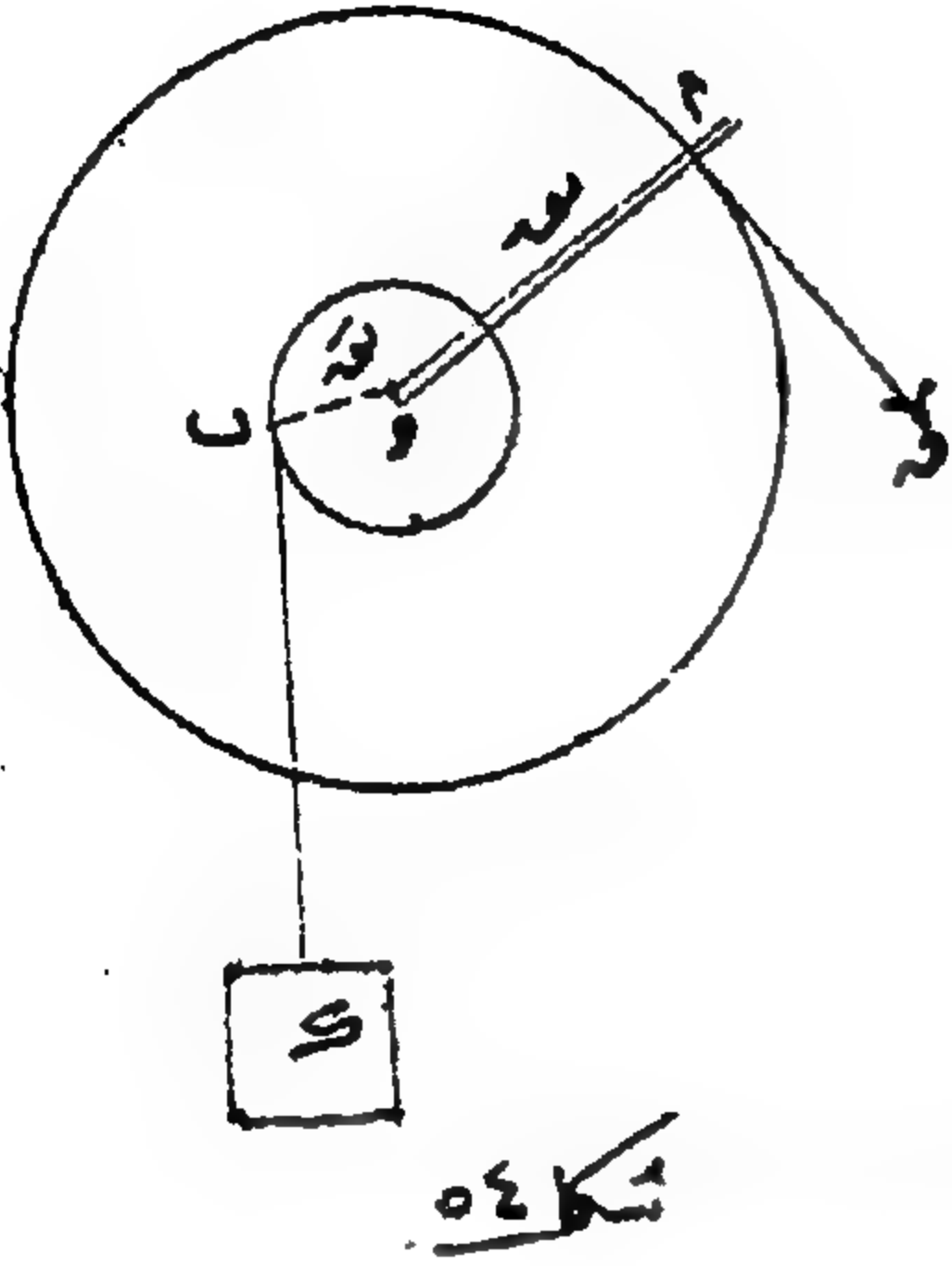
اللازم لإيقاعه على الرافعة  $AB$  المفروض أنها أفقية بحيث يتزن

مع الشغل  $C$  المؤثر في  $M$  بناء على معادلة الشغل

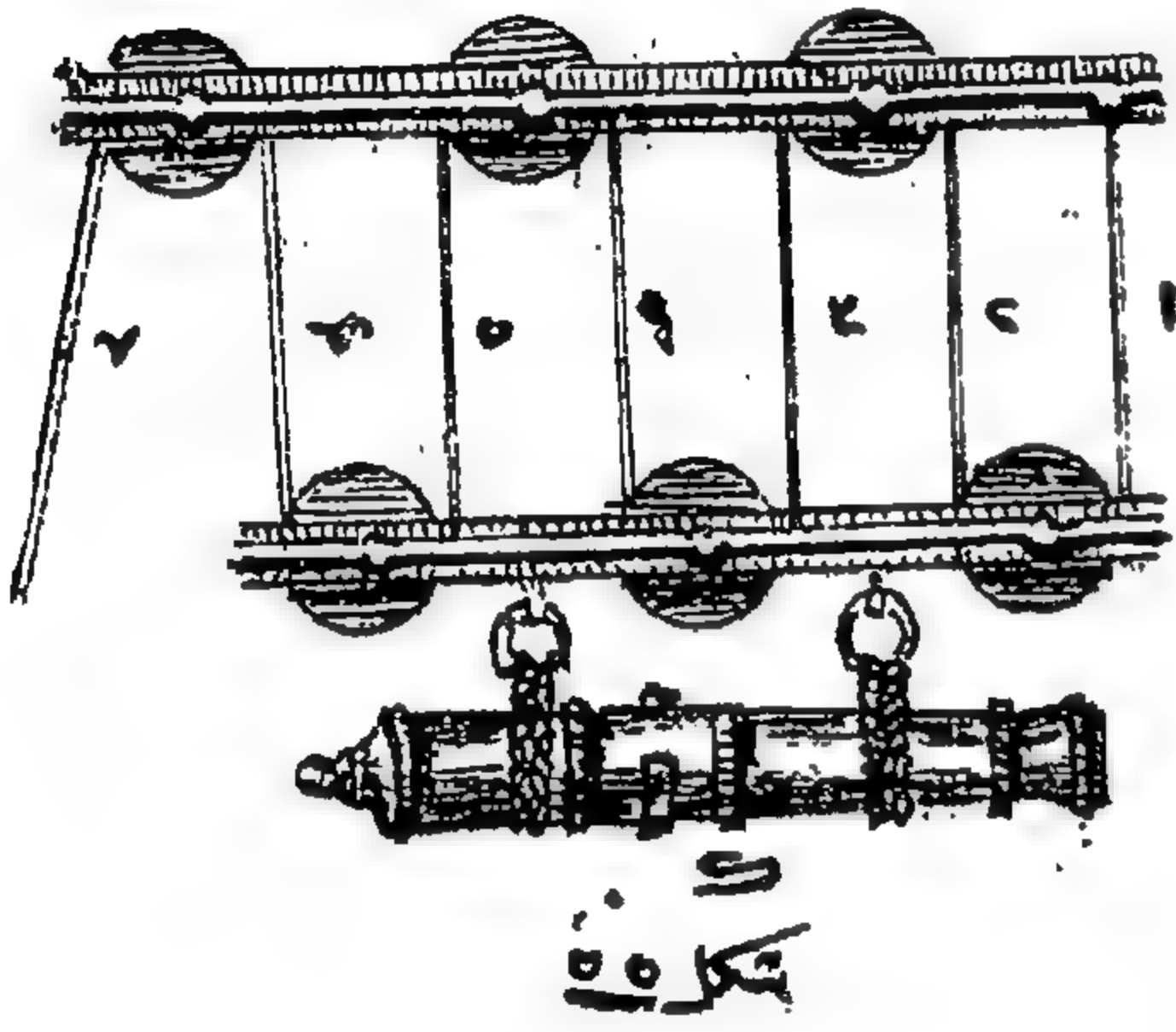
نفرض أن  $M, A, B$  هي الاستقلالات الآتية الصغيرة جدا للنقط  $M, A, B$

وحينئذ من معادلة الشغل  $W = C \times M$  يكون

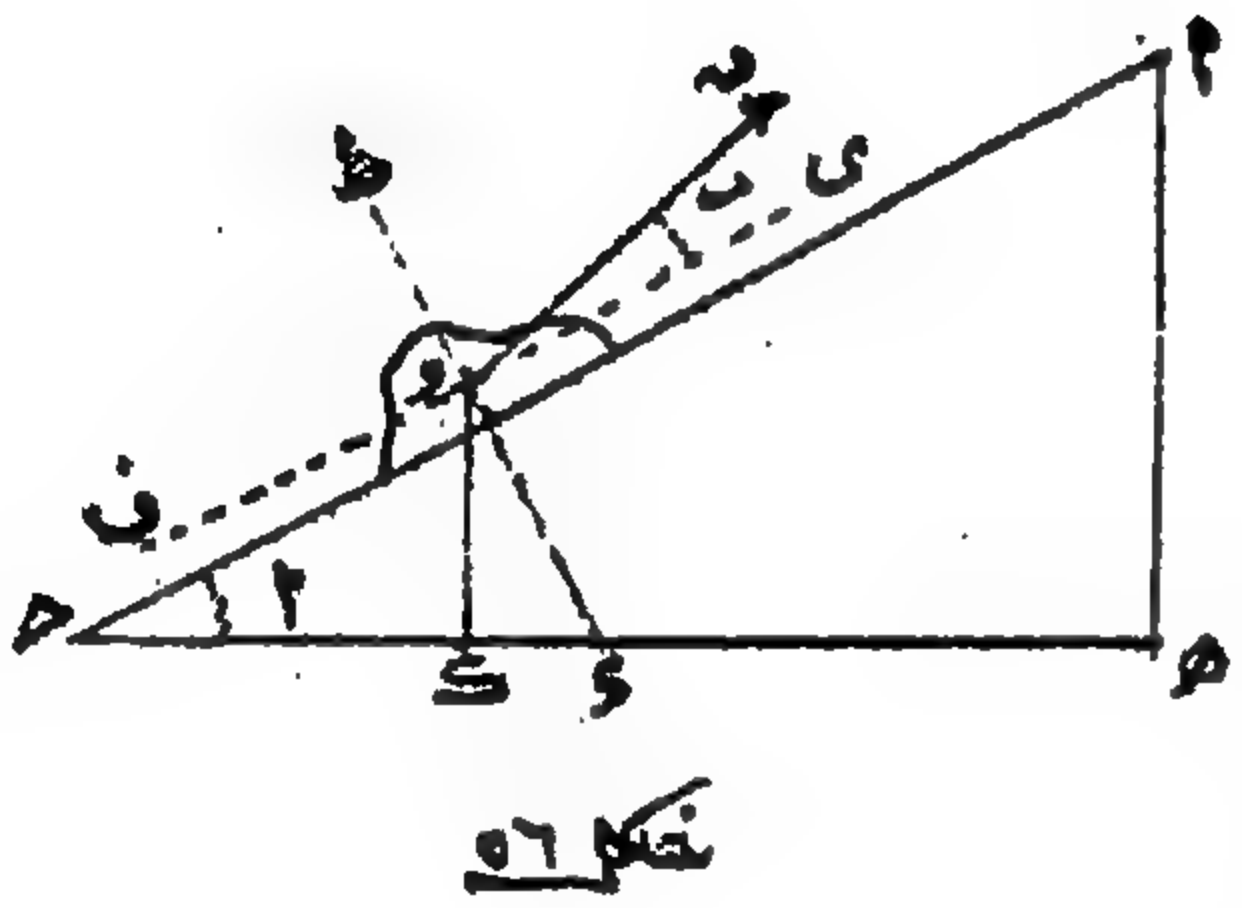
$$W = C \times M$$



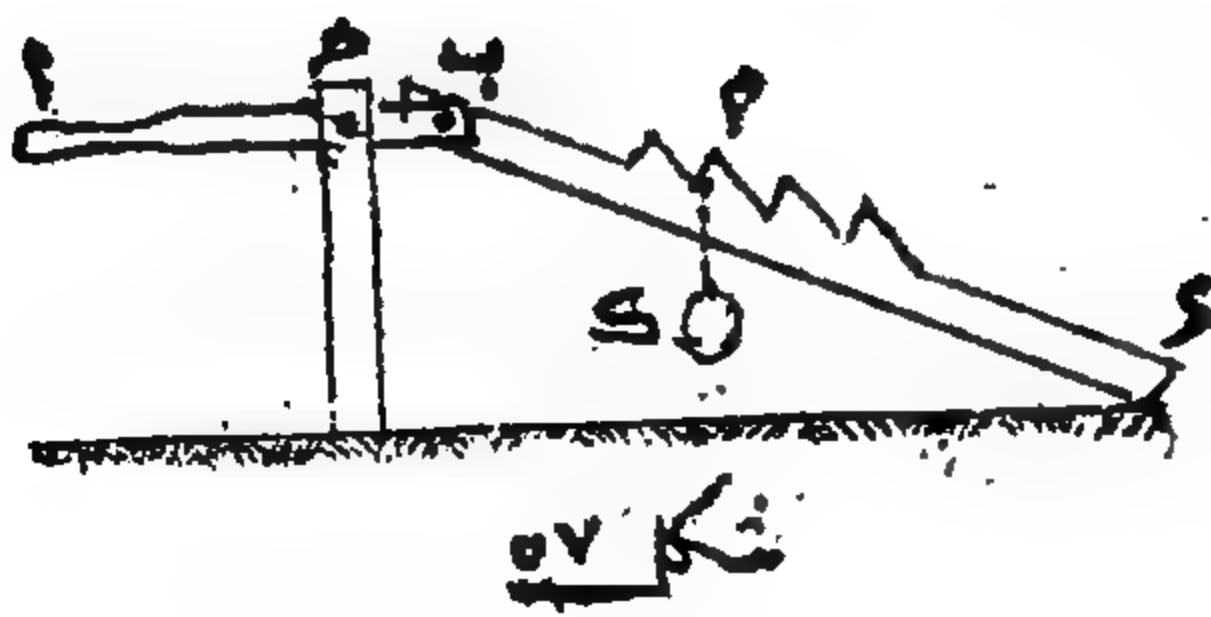
شكل ٥٤



شكل ٥٥



شكل ٥٦



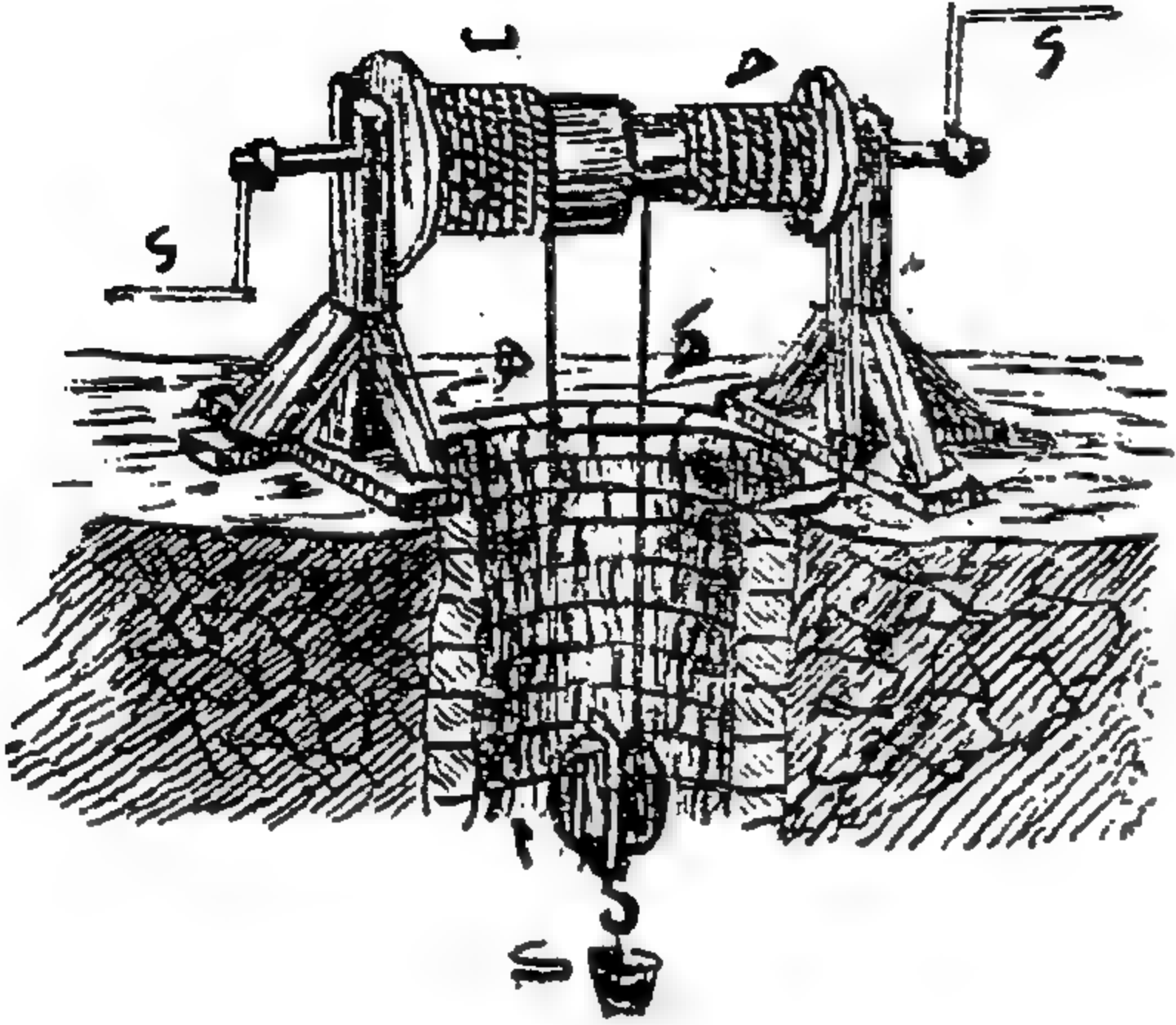
شكل ٥٧



وحيث ان  $\frac{م}{س} = \frac{م}{س} \quad 1 \quad \frac{م}{س} = \frac{م}{س}$  فيكون  $\frac{م}{س} = \frac{م}{س}$  وحيث يكون  $\frac{م}{س} = \frac{م}{س}$   $\frac{م}{س} = \frac{م}{س}$   $\frac{م}{س} = \frac{م}{س}$

وهذا المقدار هو عين المقدار الذي يستنتج بناء على شروط التوازن

لتوازن الملفاف الفرقى - لنفرض ملفافا اسطوانته مكونة من جزئين نصف قطرهما مختلفان كما في شكل ٥٨ وان الحمل ك معلق في جبل بواسطة بكره



شكل ٥٨

متحركة - ١ بحيث ان فرعا الحمل المذكور المارين على البكره المذكورة متوازيان وملتان على التناظر على الاسطوانتين حاب اللتين نصف قطرهما  $س$  و  $س$  ونفرض ان التوازن حاصل بواسطة قوة  $ه$  الواقعة بالتاس على محيط دائرة نصف قطرها  $س$  المسور بأحدى المنوبتين و ثم يحدث للملفاف المذكور انتقال رأو يا حول محور قدره  $ه$  فينتد نقطة  $ه$  تنتقل بمقدار

به  $ه$  والفرع  $ه$  يلتف بمقدار  $ه$  والفرع  $ه$  ينفك بمقدار  $ه$  والتقل ك يرتفع بمقدار نصف الفرق  $(ه - ه)$  و معادلة الشغل تؤول الى  $ه = ه$   $ه = ه$   $ه = ه$  أو

$$ه = ه \quad ه = ه \quad ه = ه$$

وهو عين الشرط السابق ايجاده في الاستاتيكا

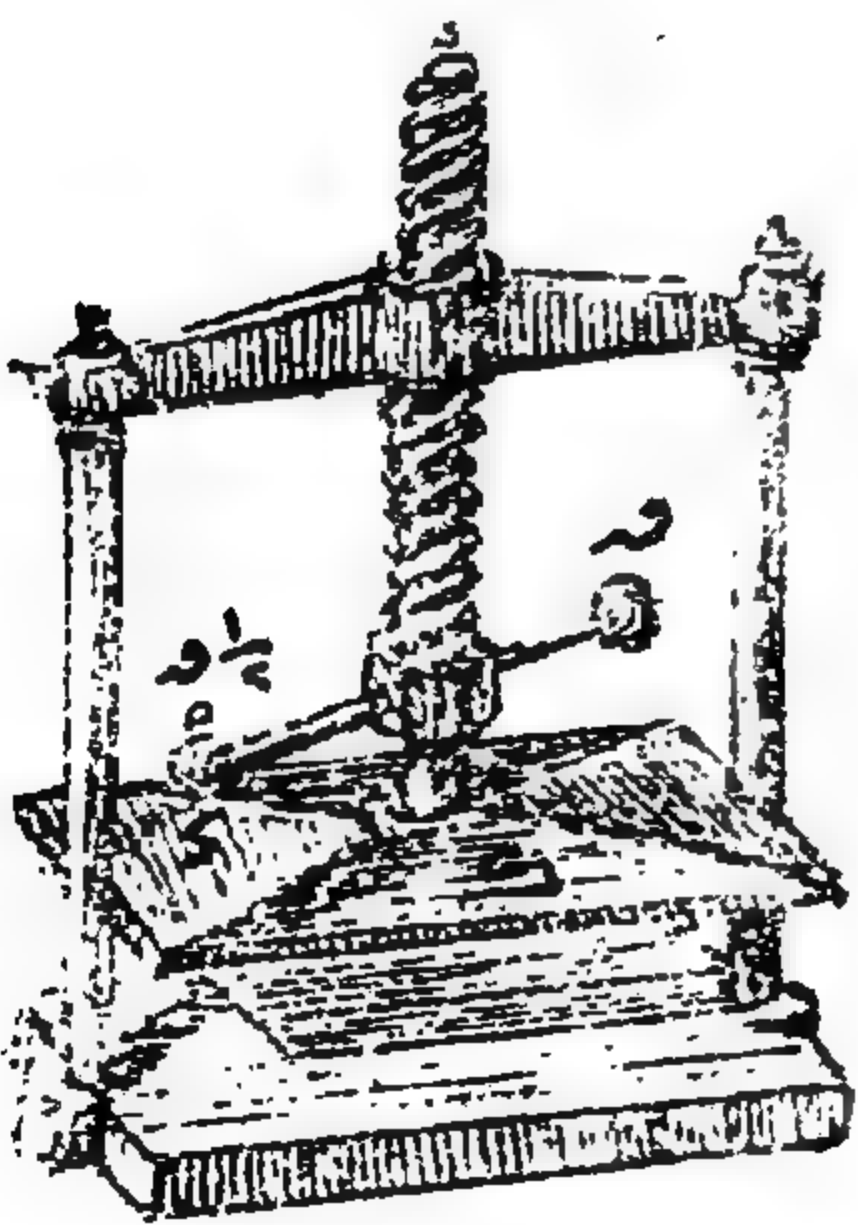
لتوازن البريمة - البريمة لا تستعمل فقط في الآلات الدقيقة بل تستعمل ايضا بكثرة عندما يحتاج الأمر الى قوة عظيمة

فينتد اذا فطعت القوة  $ه$  شكله المسافة  $ط$  فان المقاومة  $ك$  تقطع الارتفاع  $ه$  ومعادلة الشغل تؤول الى  $ه = ه$   $ط = ط$  ومنها يحدث

$$\frac{ه}{ط} = \frac{ه}{ط}$$

ويفهم من ذلك انه متى كانت البريمة متزنة يكون نسبة القوة الى المقاومة كنسبة خطوة البريمة الى طول المحيط المرسوم بنصف قطر مساو للمزاح  $ط$  للونيه

توازن البريمة الفرقية - حيث انه في هذه البريمة شكله تكون المسافة المقطوعة بالقوة مساوية



شكل ٥٩

الى  $\epsilon$  طول والمسافة المقطوعة بالمقاومة مساوية الى  
 هـ - هـ فمعادلة الشغل تؤول الى

$$هـ \times \epsilon = ط \times ك (هـ - هـ) \text{ ومنها يحدث}$$

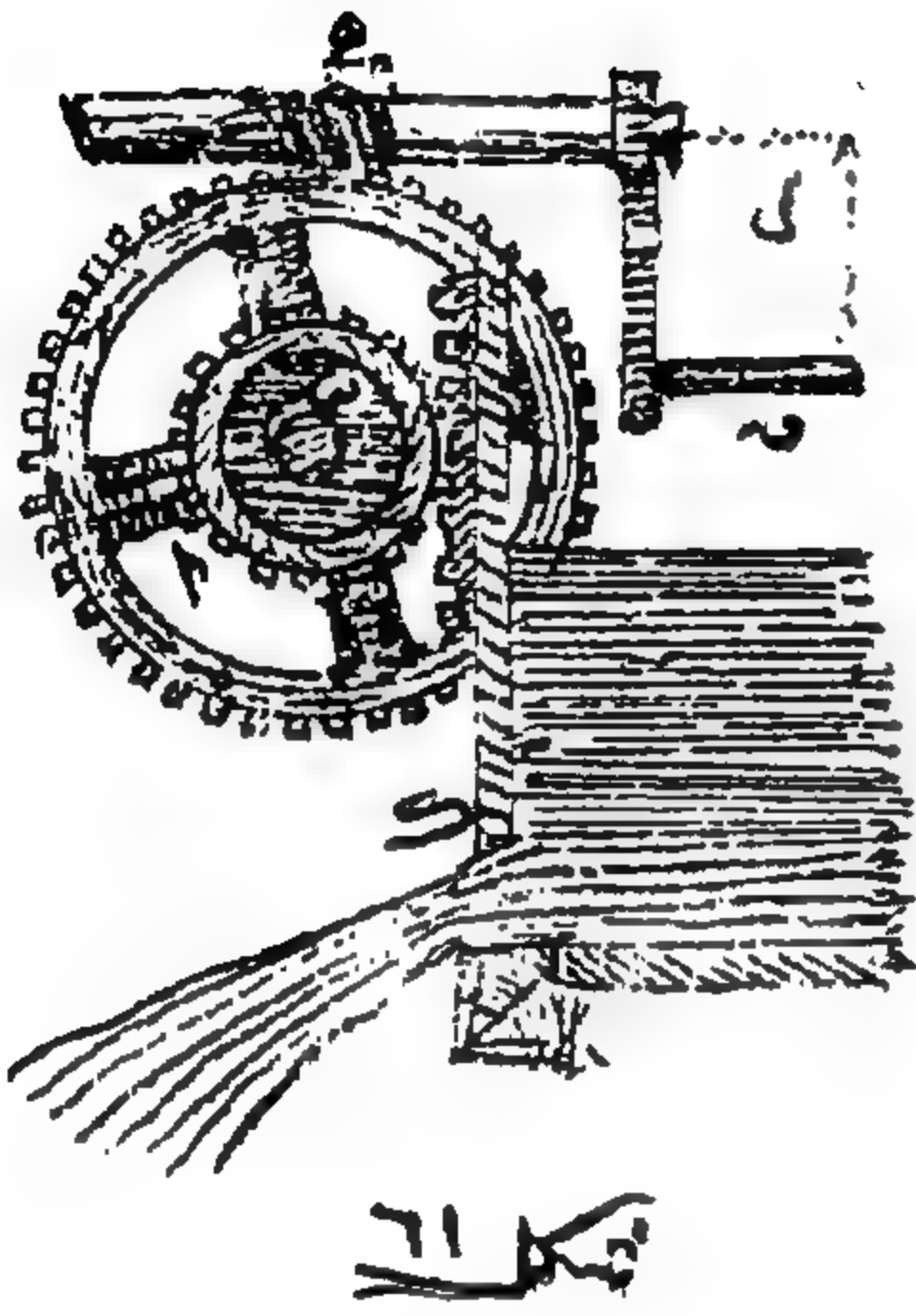
$$\frac{هـ}{ك} = \frac{ط}{\epsilon - هـ}$$

توازن البريمة غير المنتهية - حيث انه في هذه الآلة شكلان تكون المسافة المقطوعة بالقوة هي  
 $\epsilon$  طول والمسافة المقطوعة بالمقاومة هي  $\frac{هـ \times ط}{هـ - هـ}$  فمعادلة الشغل تؤول الى

$$هـ \times \epsilon = ط \times ك = \frac{هـ \times ط}{هـ - هـ} \text{ ومنها يحدث}$$

$$\frac{هـ}{ك} = \frac{ط}{\epsilon - هـ}$$

وحيث ان القبط أصغر بكثير من المقام فيجئد هذه الآلة يحدث  
 تأثيرات عظيمة بقوة صغيرة



### تمريبات

(١) - المطلوب تحقيق قاعدة الشغل في الآلات الآتية

الأولى البكرة الثابتة

الثانية البكرة المتحركة في حالة ما يكون الكبلين متوازيين

الثالثة العيار

الرابعة الملفاف

الخامسة المستوي المائل

(٢) المطلوب إيجاد شرط التوازن بناء على معادلة الشغل في الآلات الآتية

الأولى البلكو المقناد

الثانية الملفاف ذو الطارة المسننة

الثالثة المعزة

الرابعة العيار الكبير

الخامسة العفريته

السادسة البلكو الفرق

(٣) المطلوب إيجاد شروط توازن البكرة المتحركة في حالة ما يكون الكبلان غير متوازيين

وذلك بناء على معادلة الشغل

فالمقاومة



## في المقاومات الثانوية

المقاومات الثانوية هي التي تتبع جزءا من الشغل بدون ان تحدث ادى تأثير مفيد والمقاومات الثانوية الرئيسية هي

أولا الاحتكاك

ثانيا مقاومة الأواسط

ثالثا المقادرات

رابعا يبوسة الأجبال

ولنكلم على تلك المقاومات بالترتيب فنقول

### في الاحتكاك

قد ظهر من التجربة أنه لأجل زلق جسم ما على مستوا أفقى يلزم وجود قوة ذات شدة معينة بحيث اذا أثر عليه بتأثير أقل من تلك القوة يبقى الجسم المذكور ساكنا وحينئذ فذلك الجسم يكون متأثرا بشقله وبالقوة التي تميل للحركة ولكن حيث أن هاتين القوتين لهما محصلة مائلة على المستوى ولا تغدرا الا برء فعل ذلك المستوى حينئذ يكون رد الفعل المذكور مائلا على سطح المستوى المذكور ويمكن تحليله الى قوتين احدهما عمودية على المستوى وتزن مع ثقل الجسم المذكور ولا تحدث ادى مقاومة للحركة - والاخرى ماسة للسطح المسبق ذكره وهي التي يلزم ان يتغلب عليها لأجل تحريك ذلك الجسم

وحينئذ متى ابتداء الجسم المذكور في الحركة - فإن رد الفعل المماس يكون هو الاحتكاك في مبدأ الحركة وقد ظهر من التجربة أيضا أنه متى كان الجسم يتحركا على سطح أفقى بناء على سرعته المكتسبة فان حركته تأخذ في المقص بالاستمرار الى ان يسكن المتحرك المذكور ويفهم من ذلك حينئذ أنه لا بد من وجود قوة ممتجهة في الجهة المضادة للحركة كانت سببا في اعدام القدرة لكية التي كانت لذلك الجسم فهذه القوة الماسة للسطح المذكور هي الاحتكاك في انشاء الحركة

وعلى هذا فلا يكون لقوة الاحتكاك وجود متى كان الجسم غير متأثر بالحركة وأنها تأخذ في الظهور متى مالت قوة تحريكه وتزايد بازدياد القوة المحركة الى ان يتحرك الجسم المذكور وحينئذ فتكون مساوية للقوة المحركة المذكورة ثم ان قوة الاحتكاك تنقص عادة قليلا بمجرد تحرك الجسم وبعد ذلك تبقى ثابتة في مدة الحركة

وقوة الاحتكاك هي دائما ممتجة في الجهة المضادة للحركة

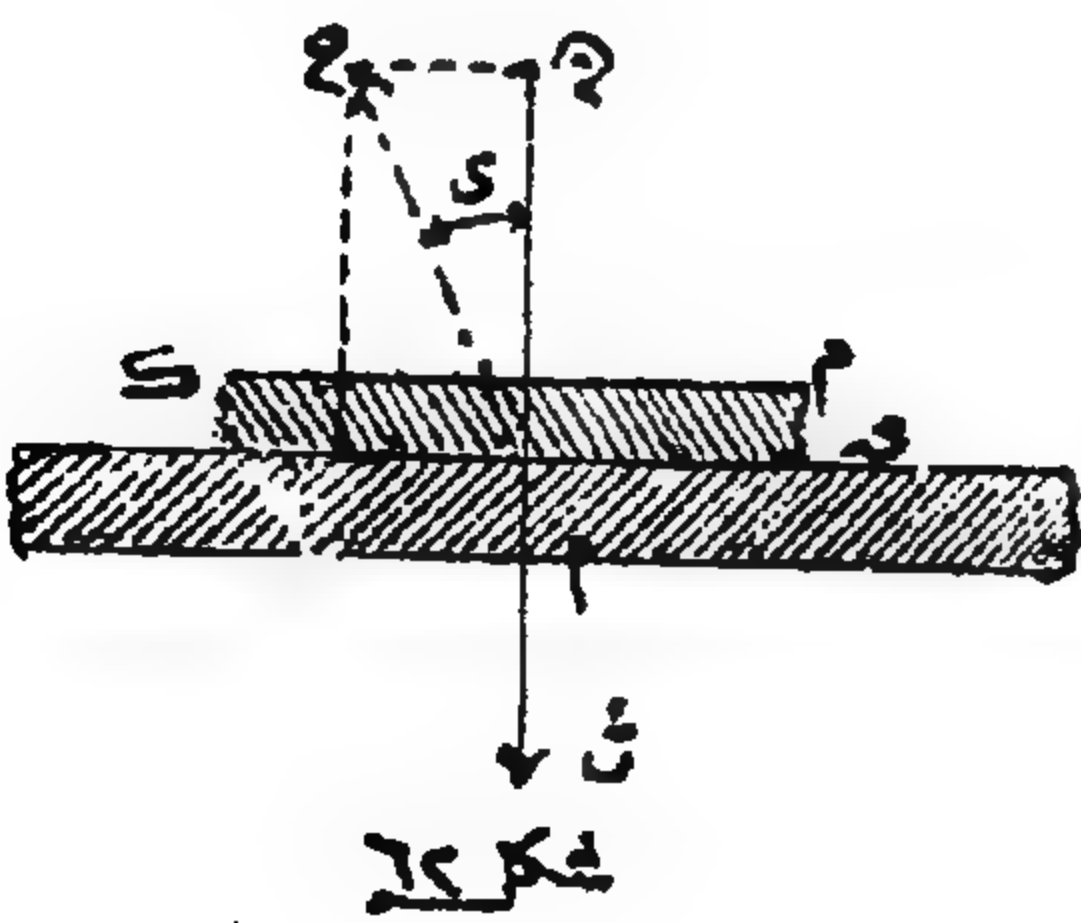
زاوية الاحتكاك - اذا فرض جسم م شكل موضع على مستوا أفقى وكان

متأثرا بشقله ث فقط فإن رد الفعل  $R$  للمستوى يكون مساويا ومضادا

مباشرة للثقل ث لكن اذا أوقع على الجسم المذكور قوة مثل  $P$  بحيث

يصير ازديادها شيئا فشيئا الى أن يتحرك الجسم فإن تلك القوة تكون مساوية لقوة

م . ٩ . ديناميك



## الاحتكاك ك

وحينئذ فالحجم يكون متأثرا بالقوتين ث، هـ وبرد الفعل ح للمستوى ورد الفعل هذا يمكن اعتباره مؤثرا في النقطة ١ التي هي نقطة تلاقي الرأسى المار بمركز ثقل الجسم بالمستوى الأسفل له. وحيث أن الجسم متزن فيلزم أن يكون رد الفعل ح مساويا ومضادا مباشرة لمحصلة القوتين هـ، ث إذا تقرر هذا فالزاوية ي التي يصنعها رد الفعل المذكور مع الخط العمودى للسطح المضغوط هي ما تسمى بزاوية الاحتكاك

معامل الاحتكاك - معامل الاحتكاك هو النسبة بين قوة الاحتكاك والضغط العمودى للجسم على السطح المضغوط. وحينئذ إذا رمز لمعامل الاحتكاك المذكور بالرمز  $\mu$  يكون

$$\mu = \frac{K}{P}$$

ولكن من مثلك اع ٢ القائم الزاوية يحدث

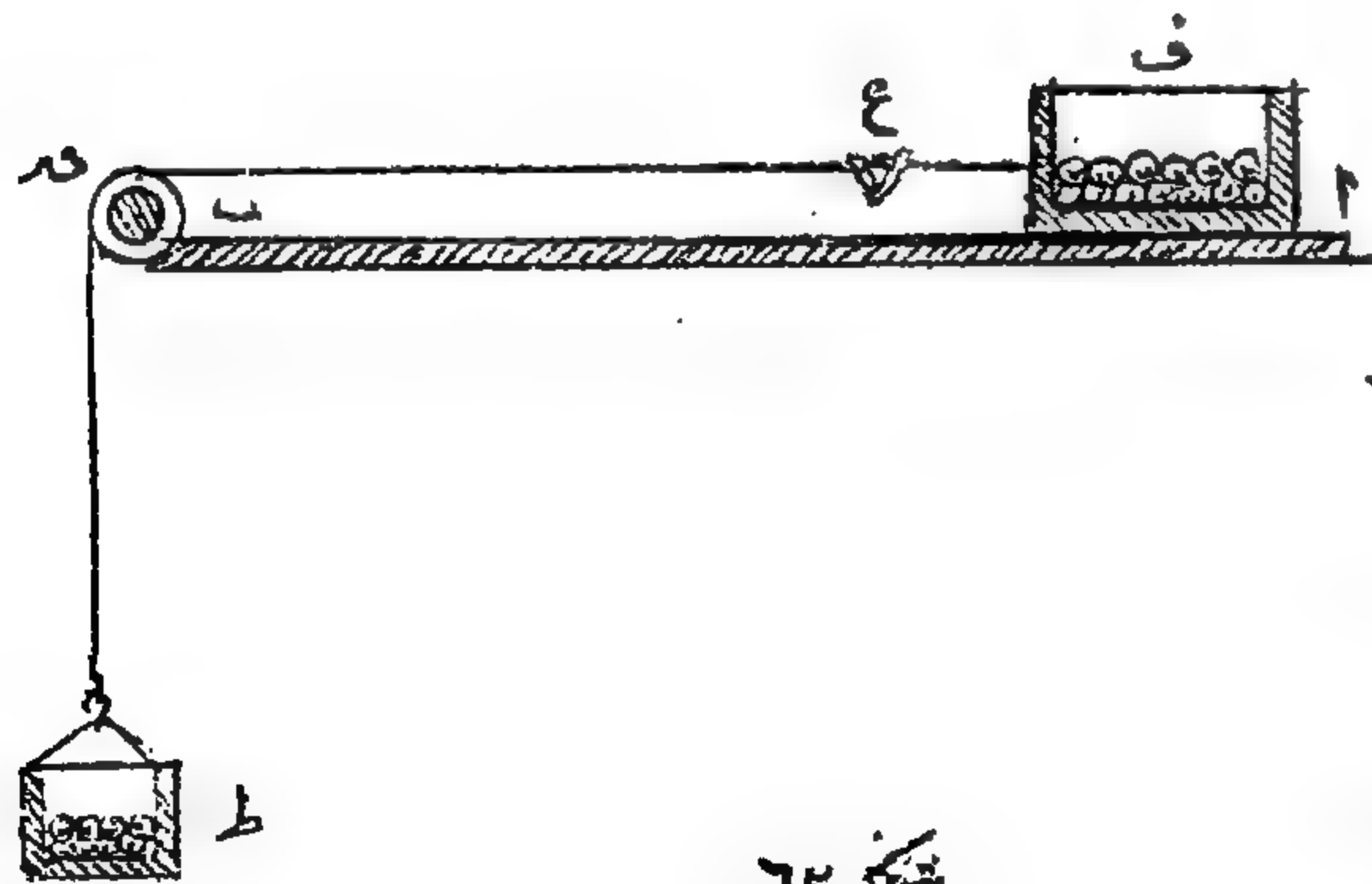
$$\frac{P}{Q} = \frac{K}{P} = \mu \quad \text{وعليه يكون}$$

$$\mu = \mu$$

أعنى أن معامل الاحتكاك يساوى ظل زاوية الاحتكاك

ممارسة الاحتكاك بالتجربة

الاحتكاك في مبدأ الحركة - قوانين الاحتكاك وضعها المعلم كلوب بناء على التجارب التي أجراها ثم حققها بعده المعلم نوران بطرق دقيقة جدا كما يأتى وهي أنه جعل مدادة عرضيه من البليوط أب شكل ٢ أفقية بالضبط ووضع عليها صندوقا ف مشابها على ثقل معلوم وربط ذلك الصندوق بحبل مرتبط بدناموتر ع ومار على مقربة هـ ثم علق في نهايته الحبل المذكور كفة مثل ط ووضع فيها اثقالا تدريجيا إلى أن ابتداء الصندوق ف في التحرك ورصد شدة الحبل من الدناموتر ع فهذه الشدة تكون مساوية لقوة الاحتكاك ك وبقيسة تلك القوة على ث الذي هو عبارة عن الضغط الرأسى للصندوق على المدادة ينتج مقدار معامل الاحتكاك د في مبدأ الحركة



شكل ٢

ويمكن تغيير مقدار الحمل الذي يوضع داخل الصندوق وكذلك السطوح المحتكة بتكسية المدادة وقاع الصندوق من الخارج بالسطوح المختلفة التي يراد إجراء التجربة عليها الاحتكاك في مبدأ الحركة - قد وصل المعلم نوران حركة البكرة هـ بجهاز مبدى للحركة فأى أن حركة الصندوق منتظمة البهجة وعلم حينئذ أنها ناشئة من قوة ثابتة (بموجب ما تقدم) وتلك القوة المحركة

تساوى



تساوي بداهة للفرق بين شد الجبل للصندوق الذي يرمز له بالرمز ش وبين قوة الاحتكاك مدة الحركة التي يرمز لها بالرمز ك ولكن قد ظهر من رصد الدينامومتر أن ش ثابت مدة تحرك الصندوق بحيث أن الفرق ش - ك ثابت أيضا كما تقدر فيعلم من ذلك أن ك تكون ثابتة وعليه فتكون قوة الاحتكاك غير متعلقة بالسرعة

ولأجل تعيين مقدار ك تقدر بالضبط المسافة ه التي يقطعها الصندوق في الزمن ن ثم يرمز لثقل الكفة ط مع الحمل الذي فيها بالرمز و ولنقل الصندوق مع حملة بالرمز ث ثم يقال حيث أن القوة و - ك تحدث للجسم و + ث حركة منتظمة البجلة التي يرمز لبجلتها بالرمز و فيكون

$$و - ك = \frac{و + ث}{ن} \times ه$$

ولكن بموجب ما تقدر ه =  $\frac{و + ث}{ن}$  ومنها يحدث

$$و = \frac{و + ث}{ن} \times ه \text{ وعليه يكون}$$

$$و - ك = \frac{و + ث}{ن} \times ه \times \frac{و + ث}{ن} \text{ أو}$$

$$ك = و - \frac{و + ث}{ن} \times ه$$

ومن هذه المعادلة يتعين مقدار ك وبقسمة ك على ث يحصل على مقدار معامل الاحتكاك في مدة الحركة الذي يرمز اليه بالرمز و

قوانين الاحتكاك - قد ظهر من تجارب المعلم كلوب والمعلم موران القوانين الآتية

- |        |  |
|--------|--|
| الأول  | قوة الاحتكاك تناسب الضغط العمودي   |
| الثاني | إنها تتعلق بجنس سطوح التماس  |
| الثالث | إنها غير متعلقة بانتساع سطوح التماس  |
| الرابع | إنها غير متعلقة بسرعة الحركة   |
| الخامس | بالنسبة للأجسام القابلة للانضغاط فانه بعد حصول التماس بمدة قليلة يكون الاحتكاك كبيرا في مبدأ الحركة عن مدة الحركة وأما بالنسبة للأجسام الصلبة فيقطع النظر عن هذا الفرق بسبب أنه يكون صغيرا جدا |

#### تنبيهان

الأول - ولأن قوة الاحتكاك غير متعلقة بالسرعة لكن الشغل المبذول بالاحتكاك ليس كذلك لأنه إذا رمز للضغط العمودي بالرمز و ولسرعة الجسم بالرمز ع ولمعامل الاحتكاك بالرمز و فان مقدار شغل الاحتكاك في مدة ثانية يكون

$$\text{شغل الاحتكاك} = و \times ع \times ث$$

وفيهم من ذلك أن شغل الاحتكاك مناسبا للسرعة

الثاني - القانون الرابع للاحتكاك لم يحققه المعلم موران الا بالنسبة للسرع المحصورة بين صفر

واربعة امتار في الثانية لكن قد ثبت من التجارب الأخيرة أنه متى وصلت السرعة الى ١٠ متر في الثانية فإن الاحتكاك ينقص نقصا ظاهرا بمجرد ازدياد السرعة عن الحد المذكور

احتكاك الأصابع - اعلم ان احتكاك الأصابع على ساند ها هو عين احتكاك السطوح المستوية على بعضها ومن المزم اعطاء الأصابع قطراً أصغراً ما يمكن بحيث يكون مناسباً لصلابة الآلة لأنه اذا فرض ان  $\rho$  هو نصف قطر الأصبع وان  $\phi$  هو الضغط العمودي الذي يحدته الأصبع على المسند وأن  $\mu$  هو معامل الاحتكاك وان  $\theta$  هو عدد الدورات في الدقيقة فتكون قوة الاحتكاك هي  $\rho \mu \theta$  والمسافة المقطوعة في الثانية هي

والشغل المبذول بالاحتكاك الذي يترتب اليه بالزمن  $\theta$  هو  $\rho \mu \theta^2$  وهو  $\theta^2$  ويرى من ذلك ان الشغل العادم بالاحتكاك يزداد تبعا لنصف قطر الأصبع ويكون من المفيد حينئذ تقليل نصف القطر المذكور وانما يمكن تطويل الأصبع بدون حصول اذى ضرر حيث ان الاحتكاك غير متعلق باتساع سطوح التماس

الدهانات - قد ظهر من التجربة ان الاحتكاك ينقص نقصا عظيما باستعمال الدهانات الموافقة بين السطوح المحركة فأن معامل احتكاك الحديد على الظهر الذي هو ٠.٥٥، ينخفض الى ٠.٣٠ باستعمال دهان الزيت المتجدد بالاستمرار

ويفهم من ذلك حينئذ انه من الضروري دهان السطوح المحركة وأن آلات التزييت او التشحيم هي من الأمور المهمة جدا

وأحسن الدهانات في جميع الأحوال هو الدهان السائل الذي لا يندفع الى الخارج في الأحوال المستعمل فيها

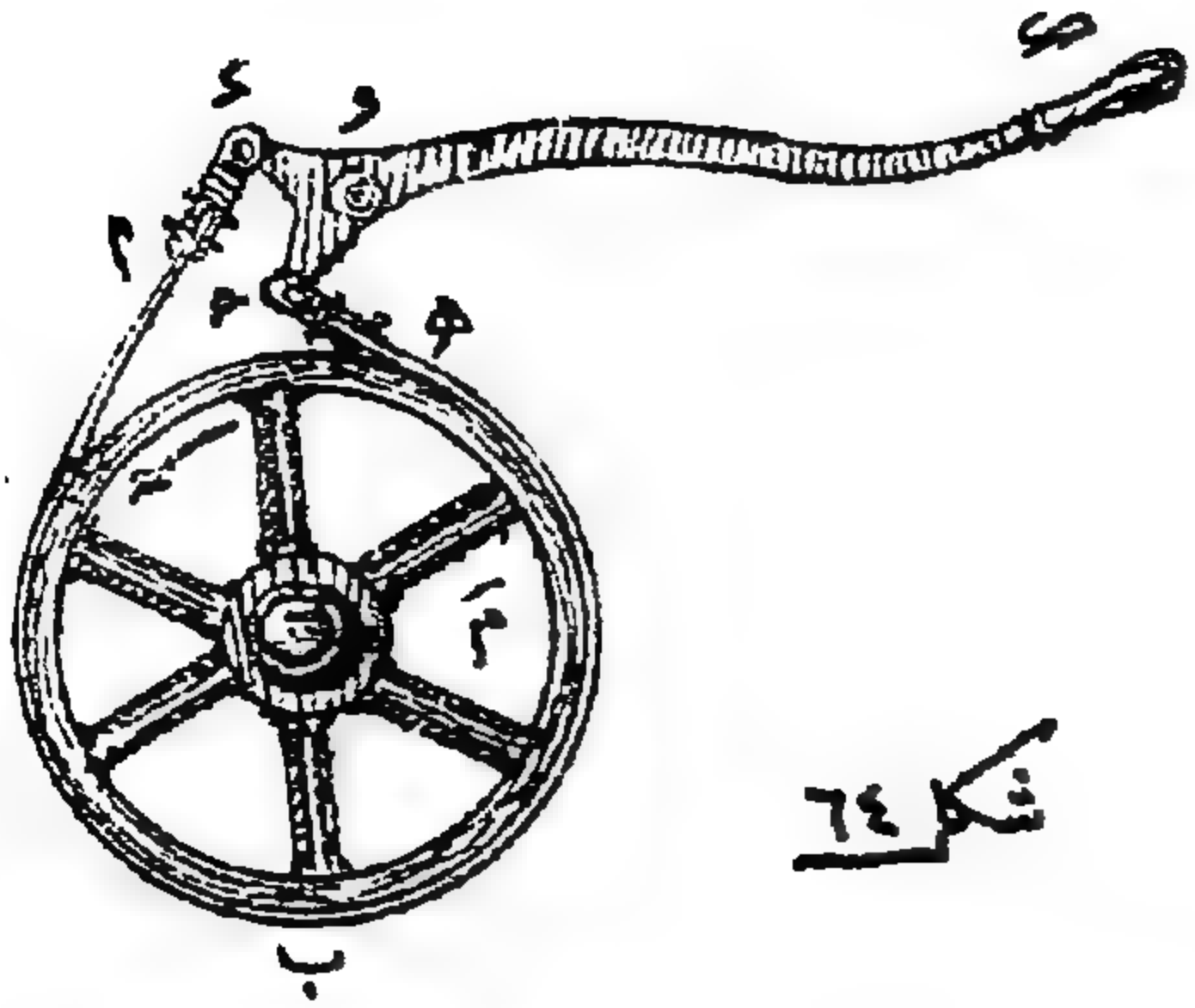
فالهواويكون دهانا جيدا اذا أمكن حفظه بين السطوح المحركة والماء يكون افضل من الزيت ان لم يكن سريع الا نقداً في السهولة وقد يستعمل الماء بكثرة لمنع تسخين القطع بالاحتكاك وفي هذه الحالة يفضل استعمال ماء الصابون

### تطبيقات الاحتكاك

ولو أن الاحتكاك مقاومة ثأنوية تتبلغ عادة بلا فائدة جزاً من الشغل المحرك الا أنه مفيد في كثير من الأحوال فإنه لولا الاحتكاك لما أمكن سير الآدى والحيوانات ووابورات السكك الحديدية على الأرض وعلى القضبان وما أمكن تثبيت المسامير المعتادة والمسامير البرمة في الاحكام الناعمة وما أمكن ثبات سوار الحركة على طنايرها وما أمكن ثبات المستويات المائلة بميل قليل وهكذا فالاحتكاك هو السبب في ابطاء سير العربات بواسطة الفرائل التي هي عبارة عن قطع من الخشب يمكن زلقها على العجل بواسطة رافعة ذات برمة ففي بعض الآلات وعلى الخصوص في العيارات الجسية (أو الرشاشات) تستعمل فرملة ذات شريط شكله لمنع الأحمال من التزول بسرعة عظيمة

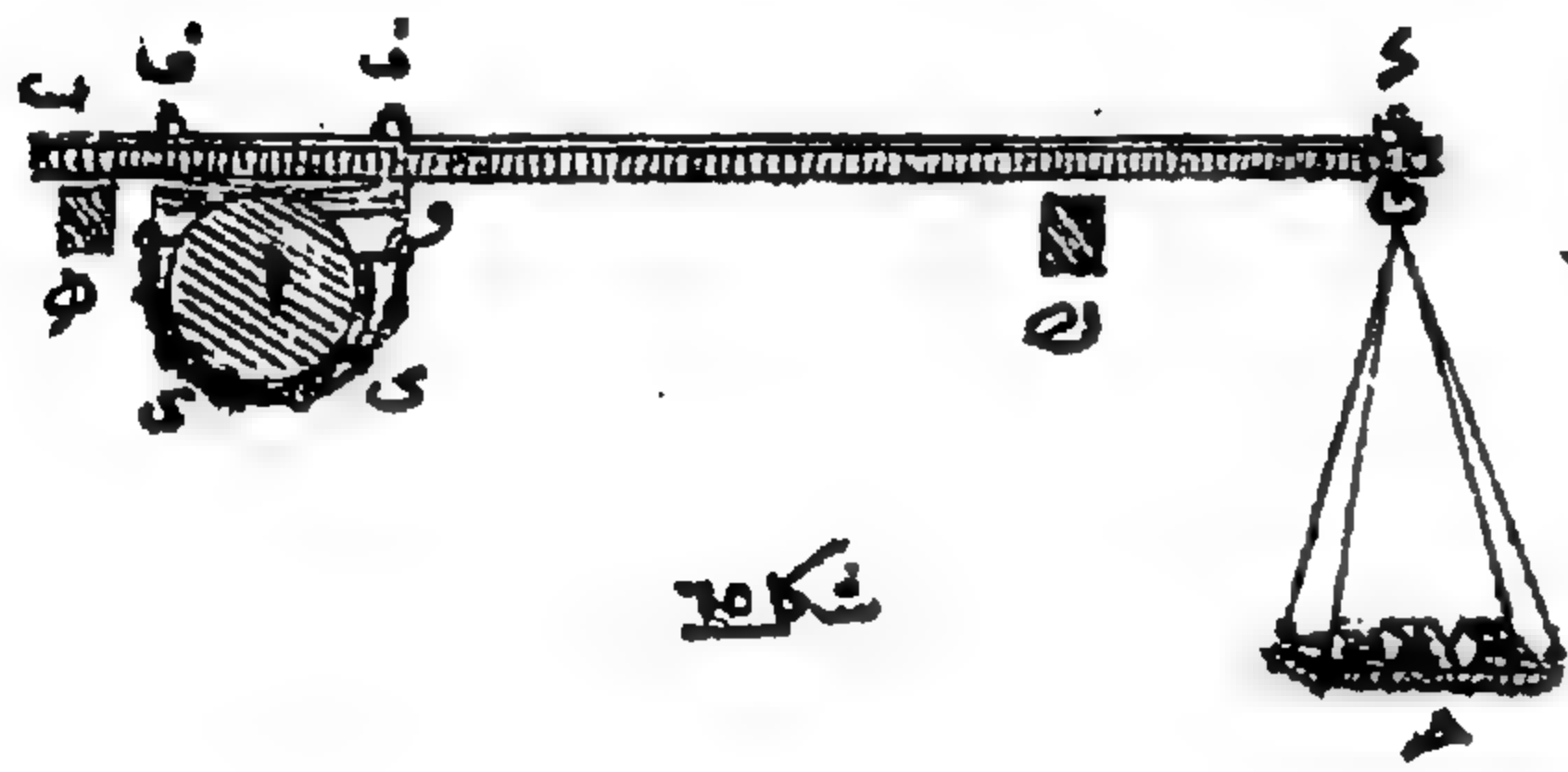


وهي عبارة عن شريط معدني  $اب$  مرتبط برافعة على شكل مخصوص  $ك$  و  $د$  تسمح بزئق الشريط المذكور لبسدة على محيط طارة  $م$



شكل ٦٤

الفرملة الدينامومترية للعلم بروفي - قد استعمل المعلم بروفي الاحتكاك بفائدة عظيمة لتقدير شغل محور الحركة في الآلات المستعملة لإدارة ورشة بواسطة الآلة مخصوصة منسوبة له عبارة عن فرملة وهي تتركب كما في شكل ٦٥ من قضيب  $ك$  و  $د$  معلق في نهايته كفة  $هـ$  وهذا القضيب مثبت على محور الحركة  $ا$  بواسطة طوق من الخشب و  $ي$  ف الذي يمكن زئقه على المحور المذكور بالاختيار بواسطة الصامولين  $ف$  و  $ا$  ف وبواسطة المائعين  $هـ$  و  $ا$  يمكن منع الرافعة  $ب$  من الدوران مع محور الحركة فلتقدير الشغل بواسطة الآلة المذكورة يمنع انصاف الآلة المحركة بجميع آلات الورشة (أي المككات) وزئق



شكل ٦٥

الطوق و  $ي$  ف تدريجيا الى ان تكون سرعة محور الحركة مساوية لسرعة حالة الانتظام ثم يوضع بعد ذلك في الكفة  $هـ$  ا ثقال الى ان تصير الرافعة افقية وحينئذ فيكون الاحتكاك متساويا للشغل الذي كان يلزم ان يؤديه محور الحركة لمككات الورشة وعلى هذا اذا مر لقوة الاحتكاك بالرمز  $و$  ولضف قطر محور الحركة بالرمز  $ن$  ولعدد الدورات في الثانية بالرمز  $د$  فيكون شغل الاحتكاك مبينا بالمعادلة الآتية

$$ش و = و د \times \pi \times ط$$

وحيث ان الرافعة افقية فيكون الثقل  $ث$  الموضوع في الكفة متزان مع قوة الاحتكاك وحينئذ اذا مر لطول ذراع الرافعة بالرمز  $ل$  يكون

$$و د \times ط = ث \times ل \quad \text{وعليه يكون}$$

$$ش و = ث ل \times \pi \times ط$$

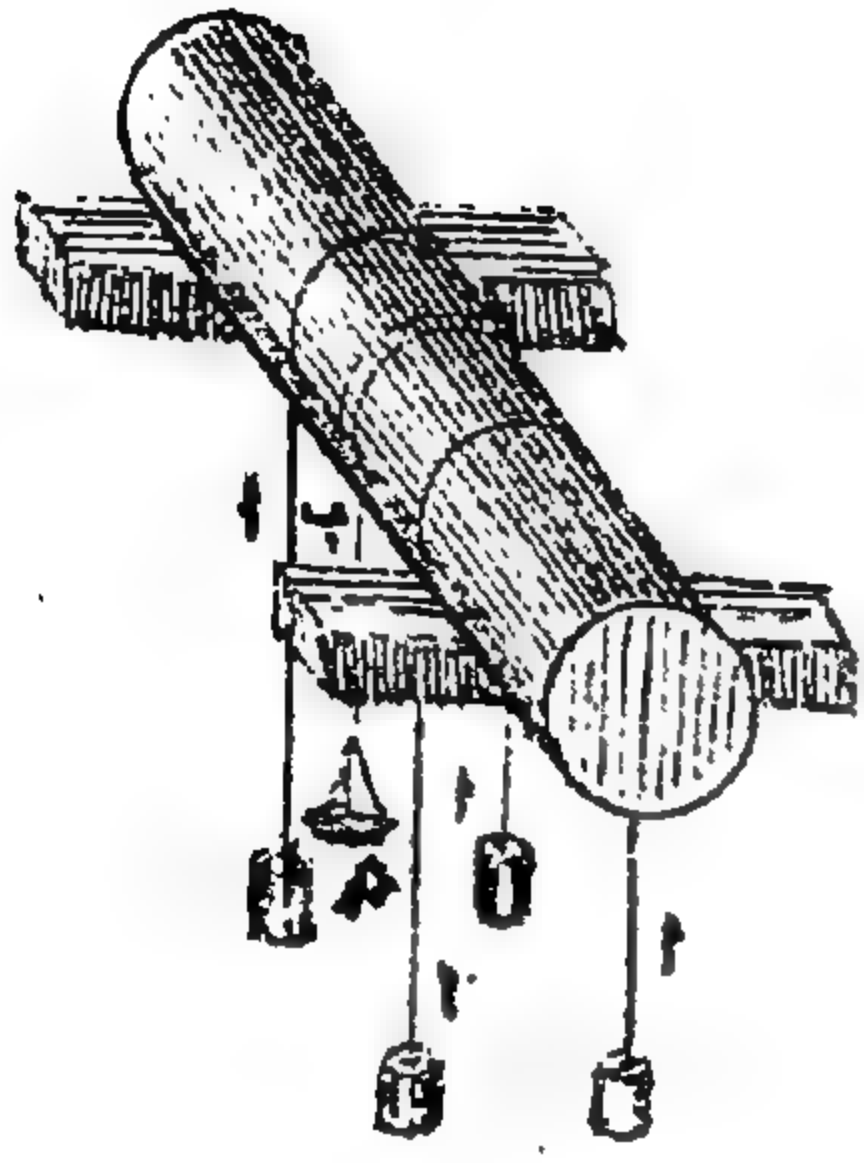
وحيث ان جميع المككات الداخلة في الطرف الثاني يمكن تقديرها بالضبط فيتعين مقدار شغل الاحتكاك اي شغل محور الحركة بالضبط كذلك

ولأجل قطع النظر عن ثقل الفرملة في اثناء العمل بها يوضع في طرفها  $ب$  ثقل اتزان بحيث ان الرافعة تكون افقية متى كانت متأثرة بالتساقل فقط والا يلزم ان يعلق القضيب من نقطة  $د$  في دينامومتر قبل زئق الفرملة على المحور ويقدر الشغل الذي اذا وضع في الكفة  $هـ$  يحدث تأثيرا مساويا للتأثير

الناتج من ثقل الزميلة ثم يضاف الثقل المقدّر المذكور الى الحمل الذي يوضع في الكفة هـ  
مقاومة الاحتكاك في التدرج

قد ظهر من التجربة أنه لاجل تدرج اسطوانة على سطح مستو افقي يلزم وجود قوة معينة ويلزم أيضا  
قوة لحفظ انتظام الحركة. وحينئذ فالسطح المذكور يحدث مقاومة للتدرج تسمى باحتكاك التدرج  
أو باحتكاك من النوع الثاني

الممارسة التجريبية لاحتكاك التدرج - قد عملت هذه التجربة بوضع اسطوانة أودريل على مدرتين  
موضوعتين في استواء واحد افقي بالضبط شكل ٦٦ وهذا الدرفيل  
يمكن تحميله بالثقال متساوية معلقة في نهايات أحبال موضوعة عليه  
حتى يصير ثقله كبيرا ثم يحصل تحريك الدرفيل المذكور بوضع اثقال في  
الكفة هـ المعلقة في الجلب ب الملتف على الاسطوانة بجملة لفات  
وقد ظهر من تلك التجربة ما يأتي



شكل ٦٦

قوانين احتكاك التدرج - أولا ان المقاومة للتدرج مناسبة  
للحمل وثانيا مناسبة عكسا لقطر الاسطوانة أي الدرفيل  
وحينئذ اذا رمز بالوزن ك للمقاومة للتدرج وبالوزن ك' لمعامل

احتكاك التدرج وبالوزن ح للحمل وبالوزن ب لقطر الدرفيل يكون  
$$ك = ك' \times ح$$

وقد ظهر ان معاملات الاحتكاك في التدرج اصغر بكثير من معاملات الاحتكاك في الانزلاق وحينئذ  
عندما يراد تعويض الانزلاق بالتدرج تستعمل الدرافيل لتحريك الاثقال عوضا عن زلقها على الأرض  
وبتحويل الصناديق المجرورة على قاعها بعربات يستعاض الاحتكاك الانزلاقي للصندوق باحتكاك  
تدرجي للجعل على الأرض واحتكاك انزلاقي للمحاور فعملها وهكذا

(تنبيه) - في حالة التدرج كما في حالة الانزلاق يكون الاحتكاك في مدة الحركة أقل من الاحتكاك  
في مبدأ الحركة وبمجرد حصول الحركة فإن معامل الاحتكاك في مبدأ الحركة ينقص  
دفعه واحدة لاجل ان يكون مقداره مساويا لمقدار الاحتكاك في مدة الحركة وهالك  
جدولين مشتملين على معاملات الاحتكاك



٧١  
معاملات الاحتكاك

الاحتكاك في الانزلاق					حالة السطوح المحتكة	جنس السطوح المحتكة
في مدة الحركة	في بداية الحركة	معدل الاحتكاك	معدل الاحتكاك	زاوية الاحتكاك		
٤٥	٤٨	٠.٤٨	٤٨	٠.٤٨	بدون دهان	بلوط على بلوط
١٤	٠.٤	٠.٢٥	٢٥	٠.٢٥	قنديان بالماء	شرح
٩	٠.٦	٠.١٦	٤٢	٠.٤٢	الدهان بالصابون الجاف	شرح
٤	٢٥	٠.٠٧	١٠	٠.٢٦	الدهان بالشحم	شرح
٤١	٤٨	٠.٦٢	٤١	٠.٤٨	بدون دهان	حديد على بلوط
١٤	٢٥	٠.٢٦	٢٤	٠.٢٤	قنديان بالماء	شرح
٤	٤٠	٠.٠٨	٥١	٠.٠٦	الدهان بالشحم	شرح
٤٩	١٥	٠.٥٦	١٥	٠.٤٩	بدون دهان	سير من الجلد على بكرة من الزهر
١٩	٤٨	٠.٢٦	٤٠	٠.١٩	قنديان بالماء	شرح
١١	١٩	٠.٢٠	١٠	٠.٢٦	بدون دهان	معادن على معادن
٤	٥٠	٠.٠٩	٦	٠.٠٦	الدهان بشحم الخنزير	شرح
٤	٢٥	٠.٠٧	٦	٠.٠٥	الدهان بزيت الزيتون	شرح

الاحتكاك في التدحرج		احتكاك الاصابع على ساندوها		
معدل الاحتكاك	تدحرج العربات التي راو عملها من حديد على جبور افقية	معدل الاحتكاك	حالة السطوح المحتكة	السطوح المحتكة
٠.٠٦٢٤	الحجر مرط حديد	٠.١٤	دهان دسم	زهر على زهر
٠.٠٤١٤	حالة صيانة الحجر اعتيادية	٠.٠٨	الدهان بالزيت أو بشحم الخنزير	شرح
٠.٠٢٤٨	الحجر مبلط وحالة الصيانة اعتيادية	٠.١٩	بدون دهان	زهر على طوج
٠.٠١٥٠	الحجر مجر وحالة الصيانة جيدة جدا	٠.٠٧	الدهان بالزيت أو بشحم الخنزير	شرح
٠.٠١٠٤	سلح الحجر مكون من مدادات من البلوط الخام	٠.٢٥	دهان دسم قليلا	حديد على طوج
٠.٠٠٢٥	التدحرج على اشرطة مبطنة من الحديد	٠.١٩	دهان دسم وقنديان بالماء	شرح
٠.٠٠١٤	التدحرج على قضبان من الحديد	٠.٠٩	الدهان بشحم الخنزير العتيق	شرح
		٠.٠٧	الدهان بالزيت أو بشحم الخنزير	شرح
		٠.٠٤	الدهان بالزيت المتجدد بالاستمرار	شرح





يكون  $\epsilon = \text{طا أ} = 196$ .

وإذا قطع النظر عن الاحتكاك يحصل على الارتباطات السابقة في الاستاتيكا  
وثانيا إذا كان الجسم متأثرا بقوى مختلفة بخلاف المتأثر فلا يعمل ان الجسم المذكور يتبع اتجاه المستقيم  
الأعظم ميلا في هذه الحالة يلزم ان محصلة القوى الأخرى توجد في مستوى رأسى مارا بالمستقيم المذكور  
وعينئذ إذا فرض كما في شكل ٢٧ أن  $\epsilon$  هي محصلة القوى المؤثرة على الجسم بخلاف ثقله وأن  $\theta$  هو  
ثقل الجسم المذكور وأن  $\phi$  هي الزاوية التي تصنعها القوة  $\epsilon$  مع المستقيم الأعظم ميلا للمستوى  
وأن  $\alpha$  هي زاوية ميل المستوى على الأفق يحل كل من القوتين  $\theta$  و  $\epsilon$  الى قوتين أخرتين أحدهما موازية  
للمستوى المائل والأخرى عمودية عليه وحينئذ لمحصلة القوتين الموازيين للمستوى المائل تكون هي القوة  
الحركة وهذه المحصلة من بعد ملاحظة أن المركبتين يؤثران في جهتين متضادتين بناء على شكل ٢٧ السابق  
يكون مقدارهما مساويا الى

ث ٢ -  $\epsilon \cos \phi$  ..... (٢)

ومحصلة المركبتين العموديتين على المستوى المذكور تكون هي الضغط الواقع بين السطحين المتحركين ويتولد  
عنها الاحتكاك وهذه المحصلة من بعد ملاحظة أن المركبتين المذكورتين يؤثران في جهتين متضادتين  
تكون مساوية الى

ث ٢ -  $\epsilon \sin \phi$  ..... (٣)

وهو مقدار يجب ان يكون دائما موجبا كي يتحرك الجسم المفروض على المستوى المذكور باحتكاك  
وإذا كان المقدار المذكور معدوما يتحرك الجسم المذكور بالتوازي للمستوى المائل بدون احتكاك  
وإذا كان ذلك المقدار سالبا فإن الجسم يتباعد عن المستوى السالف ذكره  
وحيث ان المقدار السابق هو مقدار الضغط العمودي الواقع بين السطحين المتحركين فيكون مقدار  
الاحتكاك هو

د (ث ٢ -  $\epsilon \sin \phi$ )

وحيث أن الاحتكاك يؤثر دائما في الجهة المضادة للحركة فينتج من ذلك أنه متى كان  $\theta > \epsilon \sin \phi$   
أعني متى كان المقدار (٢) موجبا فإنه إذا تحرك الجسم يظل على المستوى المائل ويتحرك عليه كما إذا  
كان مطلقا بالكلية وغير متأثر الا بالمحصلة الوحيدة

ث ٢ -  $\epsilon \cos \phi$  - د (ث ٢ -  $\epsilon \sin \phi$ )

وكذا يقال كما في الحالة الأولى ان الجسم يتحرك أو يصير في توازن غير ثابت أو في توازن ثابت  
على حسب ما تكون تلك المحصلة موجبة أو معدومة أو سالبة على التناظر  
وإذا كان  $\theta > \epsilon \cos \phi$  أعني متى كان مقدار (٢) سالبا فإنه إذا تحرك الجسم يصعد  
على المستوى المائل المذكور ويتحرك عليه كما إذا كان متأثرا بالقوة الوحيدة

فإذا أثرت القوة  $\epsilon$  على  $ي$   $ح$  فإن ارتباط  $(\epsilon)$  يبقى بعينه وأما إذا أثرت على  $ي$   $ح$  المذكور فركبتها  $\epsilon$   $ح$   $ا$  تنضم على المركبة  $ث$   $ح$   $ا$  ويؤول الارتباط المذكور إلى

$ث$   $ح$   $ا$  +  $\epsilon$   $ح$   $ا$

465 + 150

$$1.2 = \frac{2.16 \times 10^{-2}}{\frac{1}{4} \sqrt{A}} = \frac{1.2}{\frac{1}{4}} = 4.8 = r$$

$$\bar{r}_{1,97} = \frac{9.174}{1.97} = \frac{9}{2} = 4.5$$

-  $1976 = 10 \times 1946 = \text{ع} = \text{و} = \text{ز}$

$$q_{1,2} = \frac{1.0 \times 1.47}{2} = 0.735 = 0.74$$

أنه في هذه الحالة حيث ان القوة الوحيدة التي تحدث الحركة هي عبارة عن المركبة شحاض للشغل  
ت بالتوازي للمستوى فجعله المتحرك تكون بناء على ما تقدر هي

$$و = \frac{\frac{1}{\text{ث ح ا}}}{\frac{1}{\text{ث ح ا}}} = \frac{1}{\text{ح ا}} = \frac{1}{2}$$



وحينئذ فالسرعة المكتسبة في نهاية الزمن  $z$  تكون هي

$$ع = ح \times ١ \times z \dots \dots \dots (١)$$

ثم ان المسافة المقطوعة في نهاية الزمن  $z$  المذكور تكون هي

$$هـ = \frac{1}{2} ح \times ١ \times z^2 \dots \dots \dots (٢)$$

فاذا كان  $هـ$  عبارة عن الطول الكلي  $ل$  للمستوى وكان  $z$  هو الزمن الذي فيه يتزل المتحرك من رأس المستوى المذكور لغاية نهايته السفلى  $هـ$  فإنه يكون

$$ل = \frac{1}{2} ح \times ١ \times z^2 \dots \dots \dots (٣)$$

$$z = \sqrt{\frac{2ل}{ح \times ١}} \dots \dots \dots (٣)$$

واذا وضع مقدار  $z$  هذا عوضا عنه في معادلة السرعة فإنه يحدث

$$ع = ح \times ١ \times \sqrt{\frac{2ل}{ح \times ١}} = \sqrt{2ل \times ح}$$

وبما لحظة أن  $ل$  عبارة عن الارتفاع  $z$  للمستوى المائل يكون

$$ع = \sqrt{2ل \times ح}$$

وحينئذ فالسرعة التي يكتبها المتحرك عند مجيئه في نهاية المستوى من أسفل تكون مساوية للسرعة

التي يكتبها عند سقوطه رأسيا من الارتفاع  $z$  بتأثير الثقالة فقط

وما قيل على الطول الكلي للمستوى المائل يمكن أن يقال على جزء حيثما اتفق  $ل$  من طوله وعليه فإذا

قطع المتحرك الطول  $ل$  يكون

$$ع = \sqrt{2ل \times ح}$$

اعني أنه متى قطع المتحرك مسافة حيثما اتفق على طول المستوى المائل فإنه يكتب سرعة قدرها  $ع$

مساوية للسرعة التي يكتبها لو سقط بالحرية من الارتفاع الرأسى  $z$  الذي تزل منه على المستوى

المائل المذكور

ويجب ان مقدار السرعة  $ع$  غير متعلق بمقدار طول المستوى  $ل$  فيعلم من ذلك حينئذ أن الحركات

التي تخرج جميعا بدون سرعة ابتدائية من نقطة واحدة يكون لها سرعة واحدة عند مجيئها في مستوى

واحد افقي مهما كانت ميول المستويات التي تتحرك عليها تلك الحركات

وان كانت السرعة المكتسبة غير متعلقة بميل المستوى ولا بطوله لكن الزمن الذي تستغرقه

تلك الحركات لوصولها الى المستوى الافقى السالف ذكره ليس كذلك كما يتضح ذلك من قانون (٣)

واذا كان للمتحرك سرعة ابتدائية ومنها  $ع$  فذلك السرعة تدخل في قانوني (١) (٢) مثل القوانين

العمومية السابقة ويحصل حينئذ بناء على القانونين الجديدين (١) (٢) (٣) على مقدار السرعة

المكتسبة بعد مسافة حيثما اتفق  $ل$  كما تقدر

تنبيه - حيث ان مدة التزل على مستوى مائل هي

فيشاهد من ذلك أن الزمن  $t$  يكون واحد لجميع المستويات المائلة التي فيها  $k$  كمية ثابتة وهذا يحصل بالنسبة لجميع المستويات التي أطوالها  $l$  وميولها عبارة عن ميول الاوتار  $AB, AC, AD, \dots$  (شكل ١٨) لكرة أولائرة المنتهى



۴ = ۴ × ۱ = ۴ و منها بحدیث  $\frac{۴}{۲} = ۲$  ۴ = ۴

مسئلة - المعلوم مستوى مثل ب د (شكل ٦٩) والمطلوب  
تعيين ميل المستوى الذي يقطعه المحرك الخارج من نقطة ا بدون  
سرعة ابتدائية ويأق في مستوى ب د في زمن اصغر ما يمكن  
لذلك يكفي تعيين المستقيم الأعظم ميلا للمستوى المطلوب ولإجل  
ذلك عند المستقيم الرأسى ا ب وننزل العمود ا د على ب د  
فالمستقيم ا د المصنف لزاوية ب د ا يكون هو المستقيم  
الأعظم ميلا المطلوب



لأنه إذا مد  $e$  و موازيا للمستقيم  $1a$  أعني عمودا على  $d$  ثم جعلت نقطة  $1$  و مركزا ونصف قطر  
 $1e$  ورسم نصف محيط دائرة فأنه يمر بنقطة  $2$  حيث أن كلا من الزاويتين  $1e1$  و  $1e2$  و تساوي  
 لزاوية  $1e2$  و بناء عليه فيكون المثلث  $1e2$  و متساوي الساقين أعني يكون  $1e = 2e$   
 إذا تقدر هذا الجميع الاوتار الممتدة من نقطة  $2$  في نصف المحيط المذكور يقطعها المحرك في زمن يساوي  
 للزمن المستعمل لقطع الوتر  $1e$  بناء على التنبه السابق ولكن حيث أن المستوى  $d$  مماس لنصف المحيط  
 السالف ذكره في نقطة  $1$  فكل نقطة أخرى خلا ف نقطة  $1$  تكون خارجة عنه وبناء عليه  
 فالمحرك لا يمكنه أن يصل إلى النقطة الخارجة عن نصف المحيط المذكور الا في ازمة اكبر من الزمن  
 الذي يستعمله لقطع الوتر  $1e$  وهو المطلوب

فِي مَقَامَةِ الْأَوْاسِطِ

اعلم ان الجسم الذي يتحرك في الماء مثلاً يكابد مقاومة من قبل الوسط المتثقل فيه وحينئذ فيصرف من الشغل الجهد ما يلزم لتحريك عناصر الوسط المذكور ومقاومة الأواسط تختلف عن الاحتكاك حيث انها تزداد تبعاً للسرعة ولا تتسع لجسم المتحرك وهي مناسبة الى ما يأتي



أولا الى كثافة المائع  
وثانيا الى القطاع الأكبر للجسم المأخوذ عموديا على اتجاه الحركة  
وثالثا الى مربع السرعة

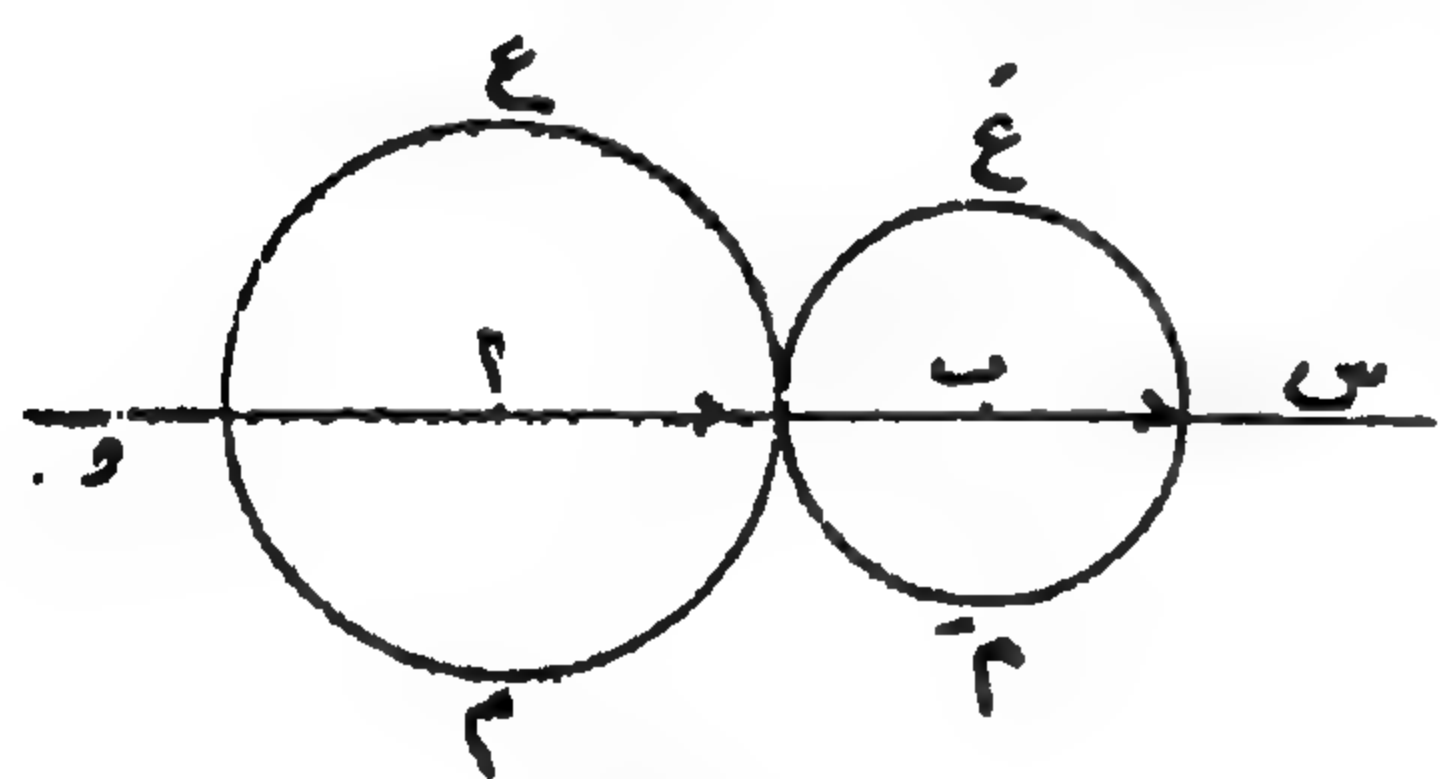
وقد ينتفع بمقاومة الاواسط في الطبيعة فانه لولا مقاومة الهواء لما طارت الطيور في الجو ولما  
انتظمت اصوات دقات الساعات الدقاقة وسرعة اسطوانة جهاز موران السابق الكلام عليه  
فيما تقدر ولولا مقاومة الماء لما امكن عبور السمك والمراكب في البحار وهكذا

### في التصادم

عند البحث في تأثيرات التصادم نفرض أن الأجسام المتصادمة كروية الشكل وقامة الملاسة  
ومخالصة بحيث تكون مراكز ثقلها منطبقا على مركزها الهندسية

معامل المرونة - اعلم ان جميع الأجسام المملوءة لنا قابلة للاضغاط كثيرا أو قليلا وتميل بدرجات  
مختلفة للرجوع الى شكلها الأصلي متى زالت القوى الضاغطة عليها وهذه الخاصية هي المرونة  
والقوة الداخلية التي يبذلها اي جسم ليعود الى شكله الأصلي تسمى قوة الرد أي رد الفعل  
وقد علم من التجربة ان نسبة قوة رد الفعل الى قوة الضغط نفسها تكون ثابتة بالنسبة للمادة الواحدة  
مهما كانت مقادير قوى الضغط الا انها تختلف باختلاف المواد وهذه النسبة يمكن اعتبارها مقياسا  
لمرونة المادة ولذا تسمى غالبا بمعامل المرونة

وهذا المعامل لا يمكن في حال من الأحوال ان يكون أكبر من الواحد والمواد التي فيها المعامل المذكور  
سواء للواحد تسمى اجساما تامة المرونة والاجسام الاخرى تسمى غير تامة المرونة وكلما كانت  
معامل المرونة أكبر كان الجسم المطابق له أكثر مرونة ويمكن ان يقال انه لا يوجد جسم تام المرونة  
مطلقا ففي الكرات الصلب يكون معامل المرونة  $\frac{1}{4}$  وفي الكرة الزجاج يكون المعامل المذكور  $\frac{1}{10}$



شكل ٧

تعريف - الخط الواصل بين مراكز الكرات المتصادمة في  
لحظة التصادم يسمى خط التصادم ويسمى التصادم مستقيما حينما تكون  
المراكز متحركة في اتجاه خط التصادم وفي الأحوال الأخرى يسمى التصادم مائلا  
فاذا صدمت كرة مثل أ كرة أخرى مثل ب شكل ٧  
تصادما مستقيما فإن تأثير الضغط المشترك بينهما ينشأ عنه

زيادة سرعة كرة ب ونقص سرعة كرة أ الى ان تتساوى السرعتان وحينئذ ينعدم الضغط المشترك بينهما  
فاذا كانت الكرتان غير مرنتين فانها تتحركان بانتظام بالسرعة التي وصلت اليها بعد التصادم  
وسمى هذا الضغط المشترك تغير في أثناء الزمن الصغير الذي تضغط فيه الكرتان بعضها بعضا  
الا انه بالنسبة لتأثيره الذي ينشأ عنه كمية التحرك يعتبر له مقدار متوسط ثابت  
ويمكن تقدير مقدار التصادم بكمية التحرك س التي يكتسبها أحد الجسمين ب ويفقدها الآخر ٢

مع ملاحظة ان هذين التأثيرين على الكرتين المذكورتين يكونان متساويين في المقدار ومختلفين في الجهة

فاذا كانت الكرتان مرتين فان الضغط المشترك بينهما يستمر زمنا بعد تساوى سرعتها بسبب ميلها للرجوع الى شكلها الاصيلين وكمية التحرك التي تكتسبها احد الكرتين وتفقدتها الاخرى بعد ذلك التي نرمز اليها بالرمز  $s$  تكون نسبتها الى كمية التحرك  $s$  لحادثة في المدة الاولى من التصادم كنسبة (١ : ١) وهذه النسبة تتعلق بمرونة مادتي الكرتين اعني ان  $s$  رمزها مل المرونة وعليه يكون

$$s = s$$

وحينئذ فجميع كميات التحرك التي تكتسبها الكرة  $b$  وتفقدتها الكرة  $a$  تكون مساوية الى

$$s + s = s(1 + 1)$$

ولا يخفى ان الزمن لحاصلة فيه حادثة التصادم صغير جدا لا يمكن تقديره الا ان الايضاح الذي ذكرناه كاف لتصوره وارتقاء الفكر الى فهم معنى ان التصادم يحصل في زمن صغير جدا

التصادم المستقيم - اذا كانت كرتان غير مرتين متحركتين بسرعتين معينتين وتصادمتا تصادما مستقيما واريد إيجاد سرعة كل منهما بعد التصادم يقال

نفرض ان  $e$   $a$   $b$  هما سرعتا الكرتين  $a$   $b$  (شكل ٧) على التناظر قبل التصادم وان حركتهما حاصلتان في الاتجاهين المبينين بالسهمين

وحيث كانت الكرتان غير مرتين فانها يتحركان في جهة واحدة بعد التصادم بسرعة مشتركة نرمزها  $e$  فاذا نرمز بالرمز  $s$  لكمية التحرك التي تفقدتها الكرة  $a$  وتكتسبها الكرة  $b$  في مدة التصادم ورمزنا ايضا للجسمين الكرتين  $a$   $b$  بالرمزين  $m$   $m$  على التناظر يكون تحرك الكرة  $a$  بعد التصادم = كمية تحركها قبل التصادم ناقصا  $s$  اعني يكون

$$m e = m e - s \quad (1) \quad \text{وبالمثل يكون}$$

$$m e = m e + s \quad (2) \quad \text{وبالجمع يحدث}$$

$$m(e + e) = m(e - e) + m(e + e) \quad (3) \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$e = \frac{e_1 + e_2}{2} \quad (4)$$

واذا وضع عوضا عن  $e$  مقدارها في معادلة (١) وهي

$$s = m(e - e) \quad \text{بحدث}$$

$$s = m(e - \frac{e_1 + e_2}{2}) = \frac{m(e_2 - e_1)}{2} \quad (5)$$

فمن معادلة (٤) تتعين السرعة المشتركة  $e$  لكل من الكرتين بعد التصادم ومن معادلة (٥) تتعين كمية التحرك  $s$  التي تكتسبها الكرة  $b$  وتفقدتها الكرة  $a$

وينتج من ذلك اولا انه من معادلة (٢) يرى ان مجموع كميتي تحرك الكرتين بعد التصادم مساو لمجموع كميتي



و ثانیاً بنیاد علی معادلات (۱)، (۲)، (۳) می‌گردد که می‌توان آن‌ها را به صورت

والسرعة التي تفقدها  $= 4 - 4 = 0$   $\frac{م}{س} = \frac{م(4-4)}{م+م}$   
والسرعة التي تكتسبها  $= 4 - 4 = 0$   $\frac{م}{س} = \frac{م(4-4)}{م+م}$

وهذا الوضع مفيد أحياناً

تنبها - اذا كانت كوة - متحركة في جهة مضادة لجهة حركة ٢ قبل التصادم فإنه يلزم تغيير  
اشارة ع في المعادلات السابقة وبعبارة اخرى يمكن اعتبار ع ماعها سرعتا ١١٢ جبريا على  
التناظر وتعتبر اشارتها في كل حالة من الأحوال حسب اتجاه الحرك الحقيقي ويجب ملاحظة ذلك  
فيما سيأتي

وثالثا اذا تصادمت الكرة ٢ مع الكرة ب وهي ساكنة فيمكن ان يوضع في المعادلات السابقة  $\vec{v}_2 = 0$  فاذا كانت الكتلتان ١، ٢ المذكورتان (شكلا ٧) غير تامتى المرونة واريدها إيجاد سرعة كل منهما بعد التصادم يقال

نفرض ان ع<sup>١</sup> ع<sup>٢</sup> سرعتا ١ قبل التصادم وبعد وان ع<sup>١</sup> ع<sup>٢</sup> سرعتا ٢ قبل التصادم وبعد أيضا ونفرض ان الكرة ١ هي التي تصدر حركة ٢ ونرمز بالرمز  $s$  كمية التحرك التي تفقدها الأولى وتكتسبها الثانية في المدة الأولى من التصادم أي قبل تساوي سرعتي الكرتين بسبب الانضغاط ثم نرمز بالرمز  $s'$  كمية التحرك الناتجة من رد الفعل بعد تساوي سرعتي الكرتين الذي يحدث انفصال الكرتين المذكورتين عن بعضهما

وحيث ان بعد ملاحظة ان معامل المرونة هو  $\gamma = \frac{1}{S}$  فيكون ما قلناه يكون

س + س = (ا + ح) س هو كية الحرك الكلية التي تفقدها ٢ وتكتبها ب وحيداً يكون

$$(1) \dots\dots\dots \begin{cases} m = m' - (y+1)s \\ m' = m + (y+1)s \end{cases}$$

وحيث ان  $s$  هي كمية التحرك الناتجة من تضاعف الكرتين قبل ابتداء قوة مرونتها في التأثير فيكون مقدارها كالوكانت الكرتان غير مرنتين وحيث  $\mu$  موجب ما تقدم يكون

$$\frac{m(m-1)}{m+m}$$

واذا وضع عوضا عن س مقدارها في معادلتى (١) بحديث

$$(c) \dots\dots \left\{ \begin{array}{l} \frac{(\bar{x}-c)\bar{m}}{\bar{r}+m}(y+1)-c = \frac{m}{r}(y+1)-c = \bar{c} \\ \frac{(\bar{x}-c)r}{\bar{m}+m}(y+1)+c = \frac{m}{r}(y+1)+c = \bar{c} \end{array} \right.$$

ومن هاتين المعادلتين يمكن تعيين سرعتي  $u$  و  $v$  بعد التصادم  
وينتج من ذلك أولاً أنه يجمع معادلتى (١) الى بعضهما طرفاً يحدث

$$m u + m v = m u' + m v'$$

أعني ان مجموع كمية التحرك بعد التصادم لا يتغير بتأثير التصادم  
وثانياً يمكن وضع معادلتى (٢) بالصورة الآتية

$$(3) \dots \dots \dots \begin{cases} \text{السرعة التي تفقدها } 1 = u - u' = \frac{m(u' - u)}{m + m} \\ \text{والسرعة التي تكتسبها } 2 = v - v' = \frac{m(v' - v)}{m + m} \end{cases}$$

وكذا بطرح معادلتى (٢) من بعضهما يحدث

$$u - v = u' - v' \quad (4) \dots \dots \dots$$

ومن هذه المعادلة يكون

$$\frac{u - v}{u' - v'} = 1$$

أعني ان النسبة بين سرعتين النسبتين للكترتين بعد التصادم وقبله كالنسبة بين معامل المرونة والوحدة  
وثالثاً اذا صدمت الكرة  $1$  وهي ساكنة فيكون ان يوضع في المعادلات السابقة  $u = 0$ .

وقد حل مسألة التصادم المستقيم المذكور لكرتين غير تامتى المرونة على اعتبار اولاً أن مجموع كمية التحرك  
بعد التصادم وقبل التصادم واحد وذلك بناء على ان الفعل ورد الفعل متساويان في المقدار ومختلفان  
في الجهة

وثانياً ان النسبة بين سرعتين النسبتين للكرتين بعد التصادم وقبله ثابتة وهي كسبة  $e$  :

$e$  هو معامل المرونة وذلك بناء على ما حققته التجربة

فعلى هذين الاعتبارين واتباع الرموز السابقة يكون

$$\begin{cases} m u + m v = m u' + m v' \\ u - v = e(u' - v') \end{cases}$$

ومن هاتين المعادلتين نحصل معادلتا (٤) السابقة أو نحصل على مقدارى  $u'$  و  $v'$  كما هو آت

$$\begin{cases} u' = \frac{m + m}{m + m} u + \frac{m - m}{m + m} v \\ v' = \frac{m - m}{m + m} u + \frac{m + m}{m + m} v \end{cases}$$

تنبيه - الأصوب اتباع حل المسألة المذكورة بالطريقة السابقة التي وجدت بحسب المعادلات

(١)، (٢)، (٣)، (٤) حيث انها مؤسسه على قواعد سهلة الفهم وبسيطة

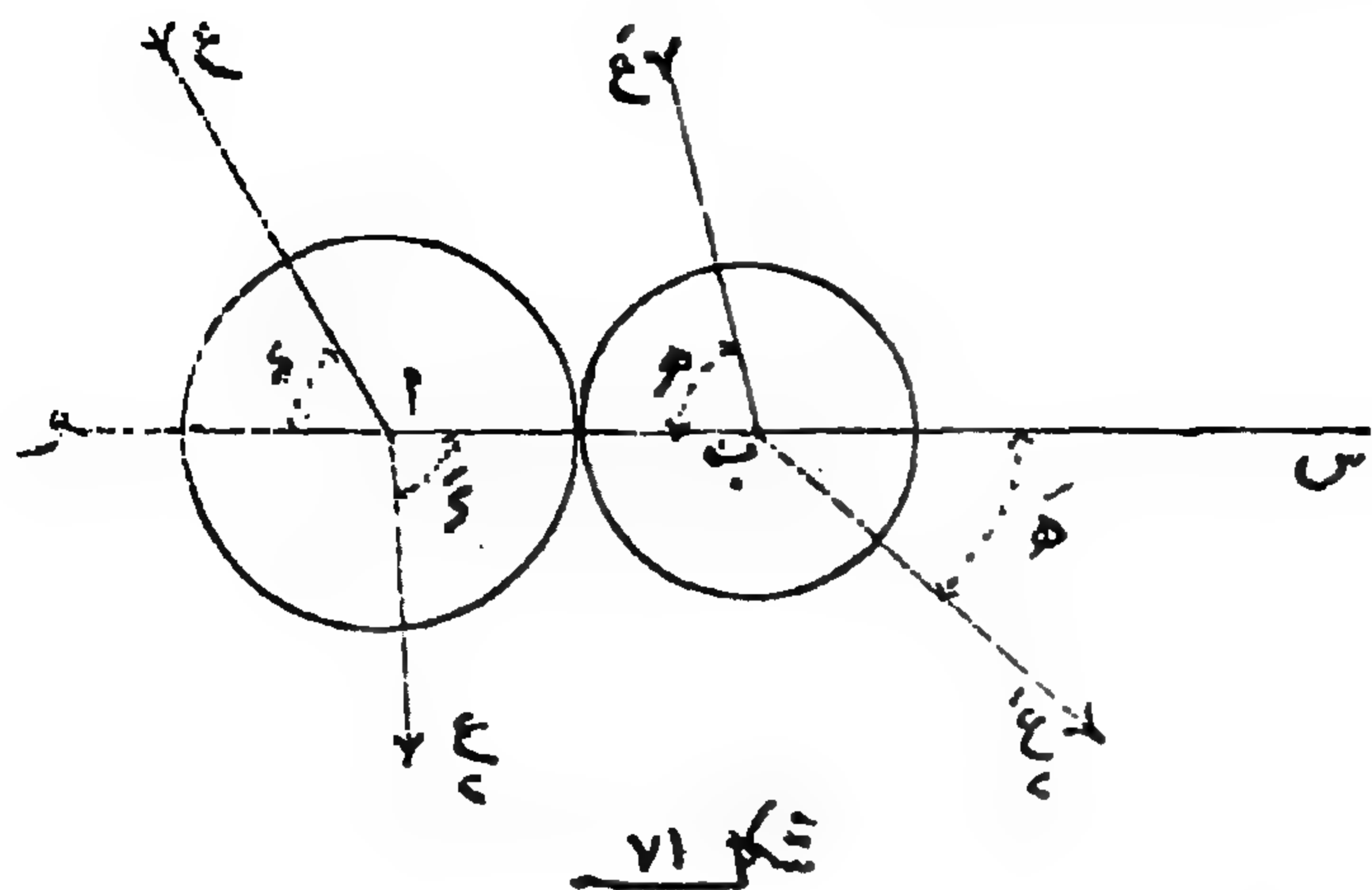
التصادم المائل - اذا كانت كرتان ناغمتان غير تامتى المرونة متحركتان في مستوي واحد بسرعتين

معيتين وفي اتجاهين معينين وتصادمتا تصادما مائلا واريده إيجاد حركة كل منهما بعد التصادم يقال

نفرض



نفرض ان وس شكل ١٤ هو المستقيم المار بمركزى الكرتين وقت التصادم وان الأسهم الموضحة  
 فالشكل دالة على الاتجاهات التى تتحرك عليها  
 الكرتان قبل التصادم وبعد



ثم نفرض أن ع ا ب هما سرعتا الكرة ٢ قبل  
التصادم وبعد في اتجاهين صافيين زاويتي  
١٢٠ مع الخط وس وأن ع ا ب هـ ١ هـ ٢  
هي الكميات المماثلة للكميات السابقة بالنسبة  
للكرة ١

ومن حيث ان الكرتين ناعمتان فالضغط المستوك

لهما يحصل في لبحاه وس حينئذ فتقدر سرعتا الكرتين المذكورتين في لبحاه وس وفي الالبحاه  
العمودي عليه ثم يبحث عن تحرك الكرتين كل على حدة

وحيث يقال حيث انه لا توجد قوى مؤثرة على الكرتين في اتجاه عمودي على وس فان سرع هاتين الكرتين على الاتجاه المذكور لا تتغير بتاثير التصادم ويكون

ع حائ = ع حاي ..... (1)

(۴) عَ حَاهْ = عَ حَاهْ . . . . .

وكذا حيث ان تأثير المصادم على محلات السرع في لجاء وس يكون حاصلها لو كانت هذه المحلات موجودة بنفسها فتكون

ع حاء { ع حاء  
ج حاء { ع حاء  
هي محلات السج { على اتجاه وس  
التي { قبل { وبعد } التصادم

فإذا كان  $\pi$  رمزاً للحمية المتحرك الكلية التي تكسبها الكرة ب وتفتقد لها الكرة ٢ وقت التصادم  
فموجب ما تقدر يكون

$$\frac{(1+i)m + (ع - ع_1)}{m + m} = \text{ہے}$$

ويكون أيضا

$$ع_1 ح_1 = ع_2 ح_2 - (ع_1 + 1) \frac{ع_2}{ع_2 + 1} (ع_2 ح_2 - ع_2 ح_3) \dots (3)$$

$$ع\ حاه = ع\ حاه + (1+1) \frac{1}{2} (ع\ حاه - ع\ حاه) \dots \dots (1)$$

فالمعادلتان (١)، (٣) تكفيان لتحديد  $\alpha$ ،  $\beta$  والمعادلتان (٢)، (٤) تكفيان لتحديد  $\alpha$ ،  $\beta$ ،  $\gamma$ ،  $\delta$ .

وهذه الاربعة مقادير تكفي لتعيين سرعتى الكرتين بعد التصادم مقدارا واتجاها

تليها - فاذا ذكر بخصوص التصادم المائل يدل بوجه العموم على حل مسألة تصادم كرتين متحركتين في مستوي واحد ويمكن استخراج كل حالة خصوصية منها باعطاء الرموز مقاديرها الخاصة بها وانما

نلاحظ هنا الحالة المهمة الآتية وهي  
انه اذا صدمت كرة ١ بالميل كرة ب الساكنة والكبيرة جدا يكون

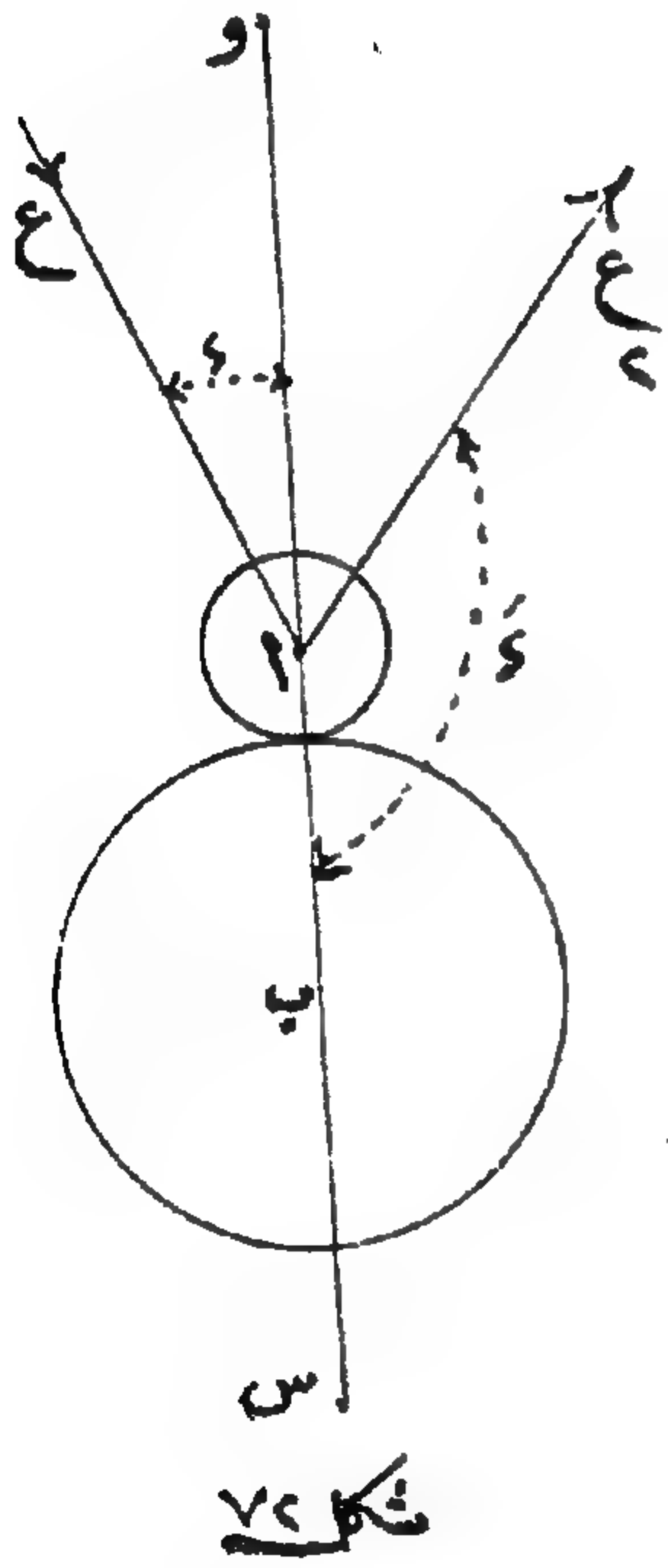
$$ع = ٠, \quad ا = \frac{م}{م+م} = ٠, \quad ب = \frac{م}{م+م} = ٠ \text{ تقريبا ويكون}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} ع = ع \\ ع = ع \\ ع = ع \end{array} \right. \text{ ومن هاتين المعادلتين نستخرج ع = ع}$$

ويرى من ذلك ان كمية التحرك التي نقلت الى ب غير محسوسة وحيث ان طاء = ع طاء  
فيلزم ان يكون  $ق < ٩٠$

وحينئذ فكرة ٢ تنعكس بعد التصادم كما في شكل ٧٤

وحالة تصادم كرة بمستويات هي حالة من هذا القبيل وكذلك اذا صدمت الأرض كرة فز حيث  
ان جسم الأرض كبير جدا بالنسبة لجسم الكرة فان كمية التركز التي تكتسبها الأرض من الكرة المذكورة  
تكون غير محسوسة

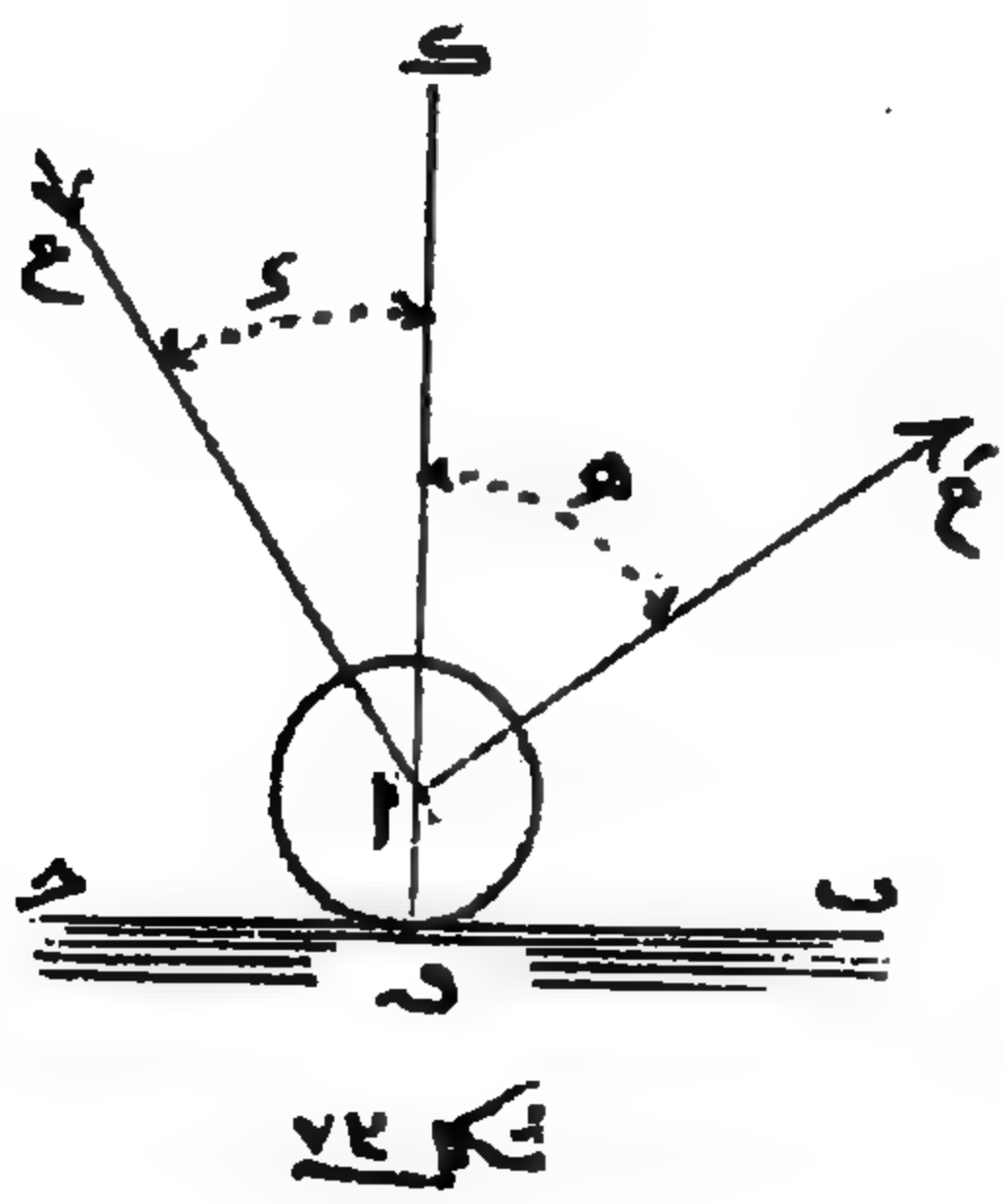


شكل ٧٤

ملحوظة - اذا تصادمت كرتان ولم تتحركا في مستوي واحد فلاجل  
ايجاد حركة كل من الكرتين بعد التصادم يلزم استعمال الطرق التي  
استعملناها في حالة التصادم المائل السابق ذكره اي اننا نحلل  
سرعتي كل من الكرتين على اتجاهي خط التصادم والخط العمودي عليه  
وحينئذ فالمحلات العمودية للسرعة لا تتأثر بالتصادم واما المحلات  
السرعة في اتجاه خط التصادم فتتغير كالوكانت موجودة بنفسها  
اما معادلات الحل العموي لهذه المسألة فتوقف على اصول الهندسة  
التحليلية ذات الثلاثة ابعاد ولا لزوم لذكرها هنا

التصادم على مستوي - اذا صدمت كرة مثل ٢ شكل ٧٤ مستويا  
ناعما مثل ب ه بالميل وأريد ايجاد حركة الكرة المذكورة بعد

التصادم يقال



شكل ٧٥

ليكن ه ك رأس المستوى المذكور في نقطة تماسه بالكرة ٢  
وقت الانصدام ولنفرض ان ذلك الرأس موجود في مستوى  
الشكل وان المستقيم المتحرك عليه الكرة ٢ قبل التصادم في  
مستوى الشكل ايضا وان هذا المستوى يقطع المستوى المفروض  
في المستقيم ه ه ب وحينئذ فنحن نحرك الكرة ٢ بعد التصادم  
يكون في نفس مستوى الشكل حيث انه لا تؤثر قوة ما على الكرة  
اشاء التصادم في اتجاه عمودي على هذا المستوى

وليكن



ولكن ع، ع سرعة الكرة ١ قبل التصادم وبعد ع، ع زاويتي ميلها على الخط الرأسى  $\theta$  و  $\phi$  م بجسم الكرة المذكورة ، ع معامل المرونة ، س كمية التحرك المفقودة بسبب الانضغاط في المدة الأولى من التصادم

فمن حيث ان السرعة الموازية الى حوب غير متأثرة بالتصادم يكون

$$ع حاه = ع حاء ..... (١)$$

وحيث ان كمية تحرك الكرة ١ على الخط الرأسى  $\theta$  و معدومة بتامها بمقاومة المستوى فيكون

$$س = م ع حاء$$

، ع س الذى هو مقدار كمية التحرك المكتسبة من الاتجاه المضاد بسبب المرونة أوقوة رد الفعل يكون مقداره هو

$$س = م ع حاه \quad \text{واذن يكون}$$

$$ع حاه = ع حاء ..... (٢)$$

ومن معادلتى (١) ، (٢) يحدث

$$(٣) \quad \left\{ \begin{array}{l} طاه = ع حاه \\ ع = ع حاء + ع حاء \end{array} \right.$$

ومن معادلتى (٣) يتعين مقدار السرعة واتجاهها بعد الانفصال

وننتج من ذلك أولا انه اذا كانت الكرة غير مرنة يكون  $ع = ع حاء$  ،  $ع حاء = ع حاء$  اعنى انه اذا صدمت كرة غير مرنة مستويا ثابتا بالميل فانها تسير بعد الانفصال متدحرجة عليه بسرعة مساوية الى ع حاء

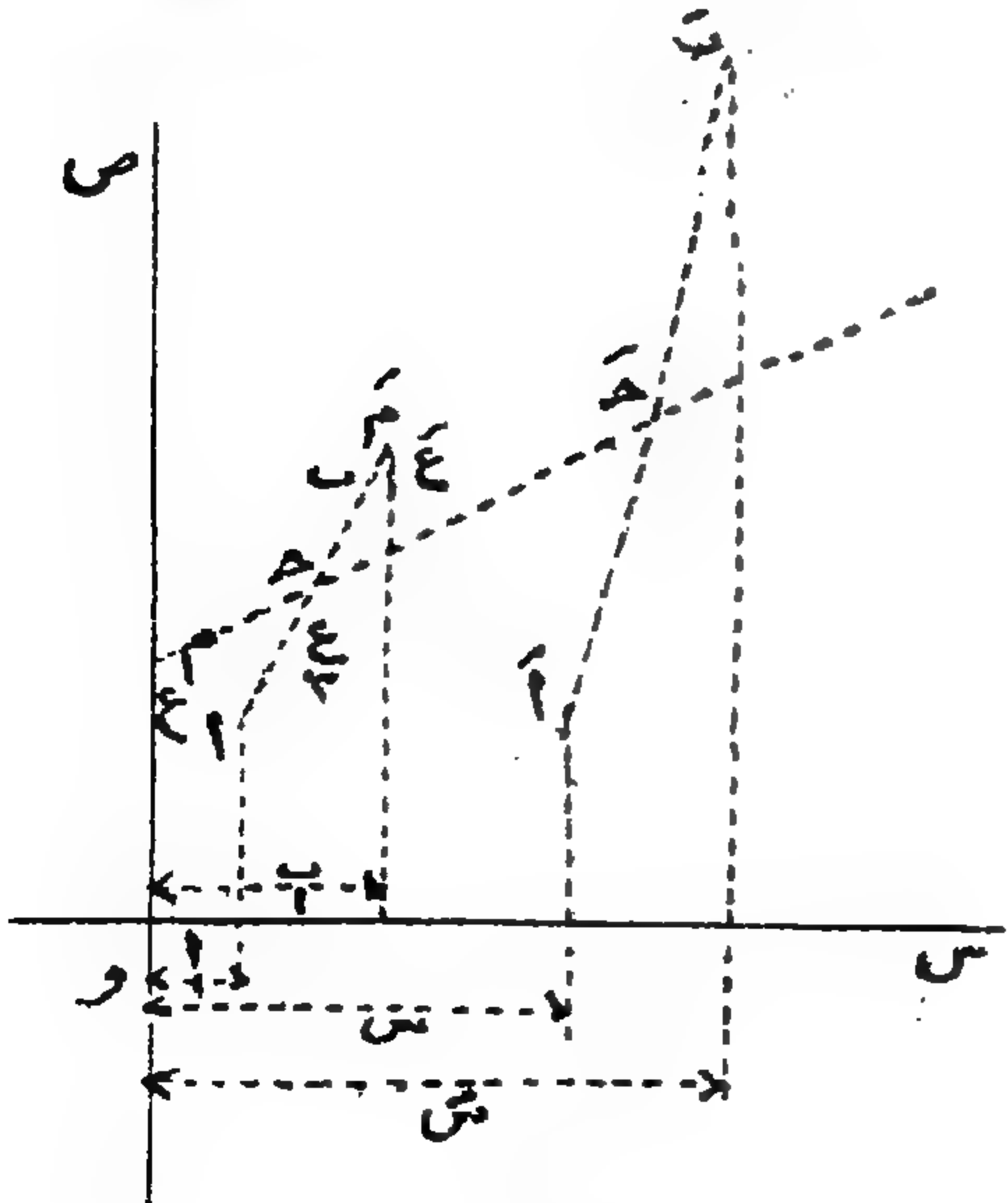
وثانيا يكون مقدار قوة الدفع التى يتحملها المستوى مساويا الى

$$م (ع حاء + ع حاه) = (١ + ع حاء)$$

حركة مركز الثقل بعد التصادم - اذا كان المطلوب معرفة سرعة مركز ثقل كرتين متحركتين بانتظام بعد التصادم يقال

نسب وضعى الكرتين وحركتهما الى محورين متعامدين وس، و ص بشكل موجودين فى مستوى الحركة ولكن هو مستوى الشكل

ونفرض ان ١، ٢ هما وضع مركزى الكرتين فى مبدأ الامر وأن ١، ٢ هما وضع مركزيهما بعد الزمن  $\tau$  وأن ١، ٢ هما احداثيا ١، ٢ بالنسبة لل محور وس فى مبدأ الزمن  $\tau$  وان س، ص هما احداثيا ١، ٢ بعد الزمن  $\tau$



(۱) ..... {  
 ص = ۱ + ع نہ  
 م = ۲ + ع نہ

واذا فرض ان س، هـ هما احد اثني مركز الثقل هـ للكورتين في الوضع الابتدائي وبعد الزمن من النسبة للحيور وس ورمز الجسمي الكرتين ا، ب المذكورتين بالرمزين م، م على التناظر يكون

(۴)..... { (م + م) = م (م + م) = م  
(م + م) = م (م + م) = م

## وبالطرح يحرث

(م + م) = (س - س) = م (س - ؟) + م (س - پ) = (م ع + م ع) نہ واذن یکون

(۴) ...  $\frac{(4m + 4m^2)}{m + m^2} =$  ہے۔

وحيث أن  $\bar{S}$  -  $S$  عبارة عن المسافة التي يقطعها مركز الثقل  $H$  بالتوازي لمحور السينات  $Ox$  وأن هذه المسافة تتغير بالنسبة للزمن  $t$  فتكون سرعة مركز الثقل  $H$  بالتوازي للمحور  $Ox$  ثابتة وحيث إذا فرض لها بالزمن  $t$  يكون  $\bar{S} = S + \frac{1}{2}at^2$

ومثل ذلك اذا كان  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_1}{v_2}$  هي سرعة  $m_1$  بالتوازي للحدود ومن يكون

وحيث علمت سرعات  $\vec{v}$  فتعلم حركة مركز الثقل  $H$   
ونبتج من ذلك أولا أنه إذا كان هناك ثلاث كرات أو أكثر فبناء على الطريقة السابقة يكون

$$c) \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\dots + \bar{p}_1 \bar{q}_1 + \bar{p}_1 \bar{q}_1 + \bar{p}_1 \bar{q}_1}{\dots + \bar{p}_0 + \bar{p}_0 + \bar{p}_0} = \frac{\bar{p}_1 \bar{q}_1}{\bar{p}_0}$$

$$\frac{\xi_{r \leq}}{r \leq} = \frac{\dots + \xi_{\bar{r}} + \bar{\xi}_{\bar{r}} + \xi_r}{\dots + \bar{r} + \bar{r} + r} = \xi_{\bar{r}}$$

وإذا لم تكن الحركة في مستو واحد واعتبرنا محورا ثالثا عموديا على المحورين وس، و ص ولكن ومع  
 ذلك من السرعة مركز الثقل بالتوازي للمحور المذكور بالرمز  $\vec{e}_3$  ولتسرع الكرات بالتوازي له أيضا  
 بالرموز  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$  ..... يكون

$$\frac{\sum p_x}{p_x} = \frac{\dots + \sum p'' + \sum p' + \sum p}{\dots + p'' + p' + p} = \sum \frac{p_x}{p_x}$$

ويفهم من ذلك ان سرعة مركز ثقل جملة اجسام بالتوازي لاجزاء معلوم تساوي مجموع كميات تحرك كل منها بالنسبة للاجزاء المذكور مقسوما على حجم الجملة بتمامها

وبعبارة أخرى أنه إذا كانت حركة الأجسام بالتوازي لاتباع معين مستقيم فإن سرعة مركز ثقل الجبهة المادية



تنبیه - يمكن تعيين محلة مركز الثقل من معادلات عين المعادلات السابقة وإنما معوض فيها سرع الأجسام المختلفة بالعماءات

وإذا تأملت أنه إذا أضفنا سرعا متساوية إلى سرعة كل من الأجسام المذكورة فإن الحركة النسبية للجسم لا تتغير فحينئذ إذا أريد أن يكون مركز ثقل الجسم المادي ساكنا بإضافة سرعتين مساويتين إلى ع<sub>1</sub> - ع<sub>2</sub> سرعة كل كرة من الجسم المادي فكمية التردد اللازم إدخالها لكل من الكرتين ١، ٢ بناء على هذا الفرض تكون هي - ع<sub>1</sub> م<sub>1</sub> - ع<sub>2</sub> م<sub>2</sub> أو - م<sub>1</sub> ×  $\frac{ع_1 م_1 + ع_2 م_2}{م_1 + م_2}$  - م<sub>2</sub> ×  $\frac{ع_2 م_2 + ع_1 م_1}{م_1 + م_2}$  بالتوازي للمحور و ص - م<sub>1</sub> ع<sub>1</sub> - م<sub>2</sub> ع<sub>2</sub> بالتوازي للمحور و ص

نظريه - اذا تصادمت كرتان ناعمتان فان حركه مركز الثقل لا تتغير بتاثير التصادم  
لانه اذا فرض اولا ان الكرتين متحركتان في اتجاه خط التصادم رس شكل ٧٤ اعني ان التصادم مستقيم  
وفرض ان

ع ١ ع { سرعت ١ } قبل التصادم وبعد فيكون  
ع ٢ ع  
ع ٣ ع  
ع ٤ ع  
ع ٥ ع  
ع ٦ ع  
ع ٧ ع  
ع ٨ ع  
ع ٩ ع  
ع ١٠ ع  
ع ١١ ع  
ع ١٢ ع  
ع ١٣ ع  
ع ١٤ ع  
ع ١٥ ع  
ع ١٦ ع  
ع ١٧ ع  
ع ١٨ ع  
ع ١٩ ع  
ع ٢٠ ع  
ع ٢١ ع  
ع ٢٢ ع  
ع ٢٣ ع  
ع ٢٤ ع  
ع ٢٥ ع  
ع ٢٦ ع  
ع ٢٧ ع  
ع ٢٨ ع  
ع ٢٩ ع  
ع ٣٠ ع  
ع ٣١ ع  
ع ٣٢ ع  
ع ٣٣ ع  
ع ٣٤ ع  
ع ٣٥ ع  
ع ٣٦ ع  
ع ٣٧ ع  
ع ٣٨ ع  
ع ٣٩ ع  
ع ٤٠ ع  
ع ٤١ ع  
ع ٤٢ ع  
ع ٤٣ ع  
ع ٤٤ ع  
ع ٤٥ ع  
ع ٤٦ ع  
ع ٤٧ ع  
ع ٤٨ ع  
ع ٤٩ ع  
ع ٥٠ ع  
ع ٥١ ع  
ع ٥٢ ع  
ع ٥٣ ع  
ع ٥٤ ع  
ع ٥٥ ع  
ع ٥٦ ع  
ع ٥٧ ع  
ع ٥٨ ع  
ع ٥٩ ع  
ع ٦٠ ع  
ع ٦١ ع  
ع ٦٢ ع  
ع ٦٣ ع  
ع ٦٤ ع  
ع ٦٥ ع  
ع ٦٦ ع  
ع ٦٧ ع  
ع ٦٨ ع  
ع ٦٩ ع  
ع ٧٠ ع  
ع ٧١ ع  
ع ٧٢ ع  
ع ٧٣ ع  
ع ٧٤ ع  
ع ٧٥ ع  
ع ٧٦ ع  
ع ٧٧ ع  
ع ٧٨ ع  
ع ٧٩ ع  
ع ٨٠ ع  
ع ٨١ ع  
ع ٨٢ ع  
ع ٨٣ ع  
ع ٨٤ ع  
ع ٨٥ ع  
ع ٨٦ ع  
ع ٨٧ ع  
ع ٨٨ ع  
ع ٨٩ ع  
ع ٩٠ ع  
ع ٩١ ع  
ع ٩٢ ع  
ع ٩٣ ع  
ع ٩٤ ع  
ع ٩٥ ع  
ع ٩٦ ع  
ع ٩٧ ع  
ع ٩٨ ع  
ع ٩٩ ع  
ع ١٠٠ ع

وحيث ان كمية الترك بعد التصادم تساوى كمية الترك قبله بموجب ما تقدم فيكون

$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$

ثانياً إذا كان التصادم مائلاً

فمثل سرعتي الكرتين في اتجاهين احدهما خط التصادم والآخر عمودي عليه وبناء على النتيجة الاولى لا تتغير محلة سرعة حركة مركز الثقل في اتجاه خط التصادم بتاثير التصادم وحيث ان محلة سرعة كل من الكرتين في اتجاه عمودي على اتجاه خط التصادم لا يتغير بتاثير التصادم فلا تتغير محلة سرعة مركز الثقل في هذا الاتجاه ايضا وعليه فيثبت ان سرعة مركز ثقل الكرتين لا تتغير مقدارا ولا اتجاها بتاثير التصادم

تنبها - يمكن بدون صعوبة تعميم النظرية المذكورة على الحالة التي فيها توجد جملة كرات وبيان أن  
حركة مركز ثقل عدد ما من الكرات الملتصقا لا تتغير بتصادم كرتين أو أكثر من الجملة المذكورة  
(مسائل)

المسألة الأولى - كرة ثقلمها ٤ ارطال متحركة من اليمين الى اليسار بسرعة قدرها ٨ يارداً في الثانية صدمت تصادماً مستقيماً كرة اخرى ثقلمها ١٠ ارطال متحركة في نفس الجهة بسرعة قدرها ٤ يارده في الثانية

والمطلوب تعيين الحركة بعد التصادم  
لذلك يقال أولا اذا لم تكن الكرتان مرنتين فمن حيث ان انتقال الكرات مناسبة لحجماتها فيمكن اعتبار  
العدد ٤ ر.١ مابين الجسمين الكرتين ويحدث

$$\text{السرعة المشتركة بعد التصادم} = \frac{4\bar{m} + 4\bar{m}}{4 + 4} = \frac{8\bar{m}}{8} = \bar{m} = \frac{10 \times 4 + 8 \times 4}{10 + 8} = \frac{52}{18} = \frac{13}{4.5} = \frac{5}{2} \text{ يارده في الثانية}$$

$$\bar{m} = \frac{(4 - 4)\bar{m}}{4 + 4} = \frac{(4 - 8) \times 10 \times 4}{10 + 8} = \frac{40}{18} = \frac{20}{9} = \frac{1}{1.8} = \frac{1}{1.8} = \frac{1}{1.8}$$

معنى ان الضغط المشترك بين الكرتين يحدث سرعة قدرها  $\frac{1}{1.8}$  يارده في الثانية لجسم ثقله رطل واحد  
وثانيا اذا كانت الكرتان مرنتين فيوجب ما تقدر يكون

$$\text{سرعة ٢ بعد التصادم} = \frac{4}{4} = 1 = \frac{(4 - 8) \times 10 \times (4 + 1)}{10 + 8} - 8 = \frac{40}{18} - 8 = \frac{40}{18} - \frac{144}{18} = -\frac{104}{18} = -\frac{52}{9}$$

$$\text{وسرعة ٣ بعد التصادم} = \frac{4}{4} = 1 = \frac{(4 - 8) \times 10 \times (4 + 1)}{10 + 8} + 8 = \frac{40}{18} + 8 = \frac{40}{18} + \frac{144}{18} = \frac{184}{18} = \frac{92}{9}$$

$$\bar{m} = \frac{1}{1.8} = \frac{1}{1.8} = \frac{1}{1.8}$$

فاذا كان  $\bar{m} = \frac{1}{1.8}$  فالكرة ١ تكون ساكنة بعد التصادم وعلى حسب كون  $\bar{m} < \frac{1}{1.8}$  فان ١  
يتبع ب سرعة اقل من سرعتها قبل التصادم او تنعكس ثانيا وتتحرك في جهة مضادة للأولى  
المسألة الثانية - كرة ١ متحركة بسرعة معلومة صدمت تصادما مستقيما كرة ب الساكنة ثم ان  
كرة ب صدمت تصادما مستقيما كرة ج الساكنة والمطلوب ايجاد سرعة الكرة ج  
لذلك يقال انه بناء على ما تقدر تكون سرعة ب بعد التصادم الاول هي

$$\bar{c} = \frac{(4 + 1)\bar{m}}{4 + 4} \times \bar{c} \text{ وسرعة ج بعد التصادم الثاني هي}$$

$$\bar{c} = \frac{(4 + 1)\bar{m}}{4 + 4} \times \bar{c} = \frac{(4 + 1)\bar{m}}{4 + 4} \times \bar{c}$$

وينتج من ذلك ان السرعة التي تأخذها ج بتوسط ب تتغير على حسب حجم ب وتكون نهاية عظمى  
حينما يكون

$$\frac{\bar{m}}{(4 + \bar{m})(\bar{m} + 4)} \text{ اكبر ما يمكن اعني حينما يكون } \frac{(4 + \bar{m})(\bar{m} + 4)}{\bar{m}} \text{ اصغر ما يمكن وحيث انه يمكن كتابة المقدار المذكور}$$

$$\text{بالصورة } (\sqrt{\bar{m}} + \sqrt{4}) + (\sqrt{\bar{m}} - \sqrt{4})$$

وان هذا المقدار يكون اصغرا ما يمكن حينما يكون  $\bar{m} = \sqrt{\bar{m}} \text{ أي حينما يكون } \bar{m} \text{ وسطا متناسبا بين}$   
 $\bar{m} \text{ و } 4 \text{ فينتد يكون مقدار ج نهاية عظمى حينما يكون } \bar{m} \text{ وسطا متناسبا بين } \bar{m} \text{ و } 4$

المسألة الثالثة - نقطة مادية قذفت من نقطة معينة في شكله  $\gamma$  بحيث تمر من نقطة أخرى  
معلومة  $\gamma$  بعد انعكاسها على مستو ثابت معلوم والمطلوب ايجاد اتجاه خط التصادم  
لذلك نفرض ان  $\gamma$  هي نقطة انصدام النقطة المادية بالمستوى المفروض فينتد يكون المستوى  
هو  $\gamma$  عموديا على المستوى الثابت المذكور ويقطعه في مستقيم  $\alpha\beta$

ومع ان النقطة المادية قذفت في اتجاه  $\gamma$  وانعكست على اتجاه  $\gamma$  فبناء على ما تقدر في التصادم  
على





مع ملاحظة ان كمية التحرك الثانية ناشئة عن خثونة المستوى  
وحينئذ اذا حللنا الحركة على اتجاهي  $x$  و  $y$  فانه بناء على ما تقدم في التصادم على مستوي يكون

$$ع\ حاء = ي\ ع حاء \dots\dots (١)$$

ويكون مقدار كمية التحرك الكلية  $S$  هو

$$S = (١ + ي) م\ ع حاء \dots\dots (٢) \text{ ويكون أيضا}$$

$$م\ ع حاء = م\ ع حاء - ف \dots\dots (٣)$$

فاذا جعلنا  $F = S$  التي فيها  $y$  معامل يتعلق بخثونة المستوى ومقداره الرقي يتعين بالتجديده  
ويسمى احيانا معامل الاحتكاك الديناميكي فتكون اربع معادلات ينتج منها المعادلتان الآتيتان

$$ع\ حاء = ي\ ع حاء$$

$$ع\ حاء = ع\ حاء - ي\ (١ + ي) ع حاء$$

ومن هاتين المعادلتين يتعين مقدار  $ع$  هو أعني سرعة التحرك واتجاهه بعد التصادم

### الشغل المفقود بتأثير تصادم الأجسام

أولا حالة الأجسام الرخوة - اعلم ان التغير الحاصل في شكل الاشكال من تأثير الانصدار يحدث فقدا  
من القوى كمية متساوية بالقوى العنصرية وسنعين الفقد المذكور الذي نصفه المساوي للقدرة كمية  
يدل على الشغل المفقود من بعد ملاحظة ان القوى كمية عبارة عن نصف القدرة كمية فنقول  
نظريته كارنو - مجموع مفاويز القوى كمية يساوي حاصل جمع القوى كمية المطابقة لسرع المكتسبة  
أو المفقودة للأجسام المتصادمة

فأولا اذا كان الجسمان سائرين في جهة واحدة فان القوى كمية المتحصلة قبل الانصدار تكون  
 $م\ ع + م\ ع$  وأن القوى كمية المتحصلة بعد الانصدار تكون  $(م + م) ع$  وعليه فتكون مفاويز  
القوى كمية مساوية الى  $م\ ع + م\ ع - (م + م) ع$  وبناء على منطق النظرية تكون المفاويز المذكورة  
مساوية الى  $م (ع - ع) + م (ع - ع)$  أعني يكون

$$م\ ع + م\ ع - (م + م) ع = م (ع - ع) + م (ع - ع)$$

وللبرهان على ذلك نعوض  $ع$  بمقدارها وهو  $\frac{م\ ع + م\ ع}{م + م}$  في كل من طرفي المعادلة المذكورة وحينئذ  
يحدث

$$م\ ع + م\ ع - (م + م) ع = \frac{م (م\ ع + م\ ع - ع)}{م + م} + \frac{م (م\ ع + م\ ع - ع)}{م + م} = \frac{م (م\ ع + م\ ع - ع)}{م + م}$$

ولا بل تحليل هذه المعادلة ومعرفة تساوي طرفيها نأخذ كل طرف على حدة ونخلله فالطرف الأول يؤول  
من بعد تحويله الى مقام مشترك وأخذ  $م$  مضروباً مشتركاً الى

$$\frac{م (م\ ع + م\ ع - ع)}{م + م} = \frac{م (م\ ع + م\ ع - ع)}{م + م}$$

وأما الطرف



وأما الطرف الثاني فإنه يؤول على التوالي الى

$$م \left[ \frac{(ع-ع')}{م+م'} \right] + م \left[ \frac{(ع-ع')}{م+م'} \right] = \frac{م(ع-ع')}{م+م'} + \frac{م'(ع-ع')}{م+م'} = \frac{(م+م')(ع-ع')}{م+م'} = (ع-ع')$$

وحيث يكون

$$\frac{م(ع-ع')}{م+م'} = \frac{م'(ع-ع')}{م+م'}$$

وهو المطلوب

وثانيا إذا كان الجسمان سائرين في جهتين متضادتين فإن فقد القوة الحية يصير مبينا من بعد اجراء العمل كما تقدم بالمقدار الآتي

$$\frac{م(ع+ع')}{م+م'}$$

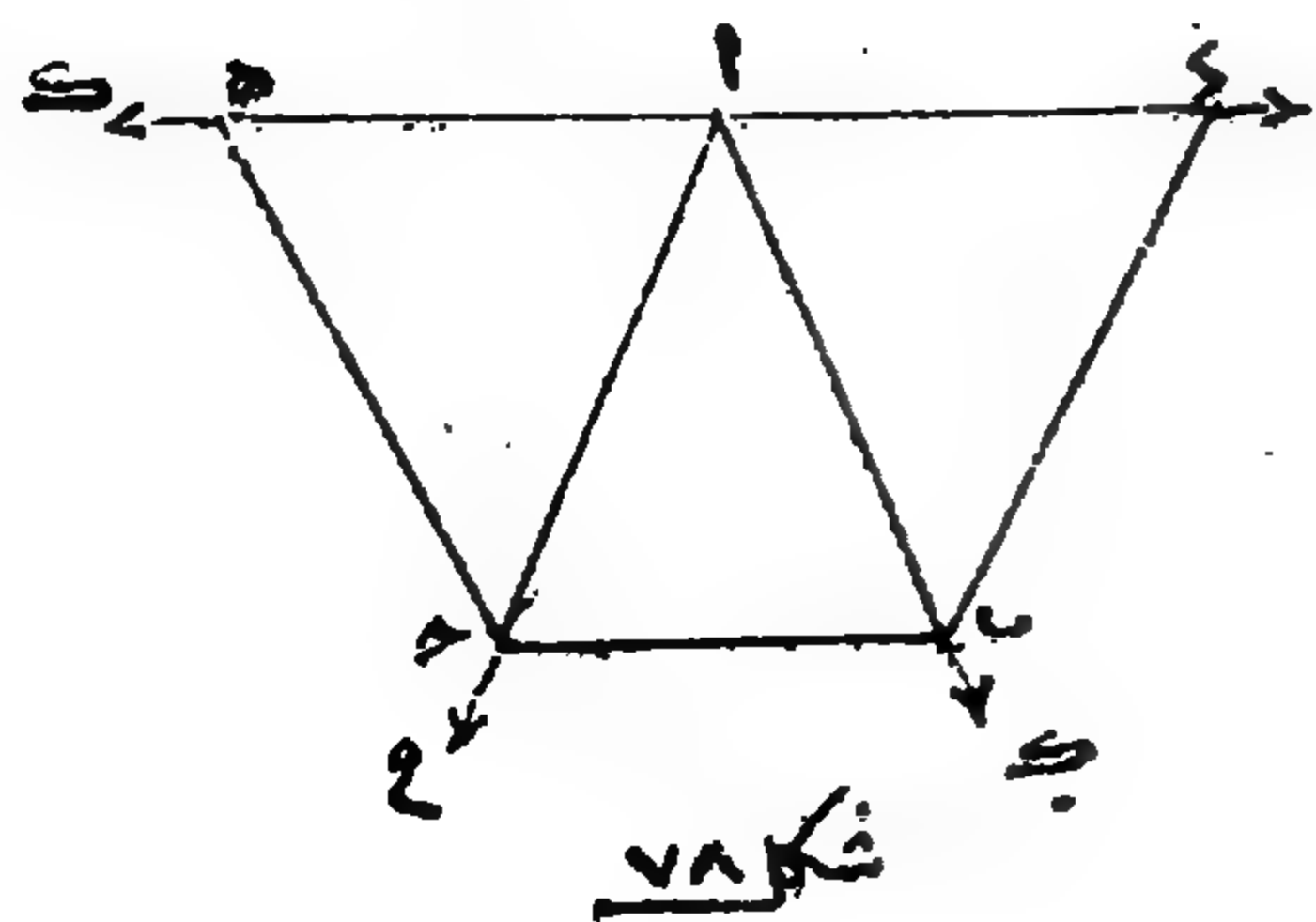
ثالثا إذا كان احد الجسمين ساكنا فإن فقد القوة الحية يكون مبينا بالمقدار الآتي

تبين - مهما كانت الحالة المعبرة فإنه يوجد دائما شغل مفقود بانضدام الأجسام الرخوة والشغل المفقود الأعظم يقابل الحالة التي يكون فيها سير الجسمين في جهتين متضادتين

ثانيا حالة الأجسام المرنة - اعلم أنه في المدة الأولى من تصادم الأجسام المرنة يحصل فقد قوة حية كما في حالة الأجسام الرخوة وهذا الفقد منسوب لتغير اشكال الأجسام المتصادمة في المدة المذكورة ولكن في المدة الثانية من الانضدام بسبب رجوع اشكال الأجسام الى أصلها بتأثير المرونة تزداد القوة الحية التي صار فقدها في المدة الأولى بالتام والكمال وعليه فالقوة الحية المفقودة بالانضدام تكون معدومة في حالة الاجسام المرنة

لحالة التي يكون فيها الجسمان المتصادمان متحركين في اتجاهين حيثما اتفق

اذ انضدام جسمان متحركان في اتجاهين حيثما اتفق فإن سرعة كل منهما تتغير وتنقص نظرا لانضدام ويتغير اتجاهها بعد الانضدام بخلاف ما اذا كان الجسمان المذكوران سائرين في اتجاه واحد وفي جهة واحدة فإن سرعة الجسم الصادم تنقص وسرعة الجسم المصدوم تزداد بحيث أن السرعة المفقودة بالانضدام بالنسبة لكل من الجسمين المتصادمين عند تحركهما في اتجاهين حيثما اتفق عبارة عن المركبة الثانية للسرعة قبل الانضدام فلتبينها يقال انه اذا فرض كما في شكل ٧٨ أن ا ب مقدار واتجاه سرعة أحد الجسمين قبل لحظة الانضدام ولزمنها بالرمز ك وأن ا د مقدار واتجاه



شكل ٧٨

سرعة بعد لحظة الانضدام ولزمنها بالرمز ك فيسند اذا وصل د ب وكل متوازي الاضلاع اود ه يكون ه عبارة عن مقدار واتجاه السرعة المفقودة بالانضدام ولزمنها بالرمز ج وحيث اذا علم مقدار ا ك ب والزواوية الواقعة بينهما يمكن

تحين مقدار واتجاه السرعة المفقودة بالانضدام  $c$  بواسطة الحساب من مثلث  $abc$  الذي يكون معلوما فيه الضلعان والزاوية المحصورة بينهما  
 وإذا كل متوازي الاضلاع  $ab$  هو يرى ان السرعة المفقودة بالانضدام تكون عبارة عن محصلة السرعة قبل الانضدام والسرعة بعد الانضدام مأخوذة في الجهة المضادة  
 ولنبين على نظرية كارنو في حالة تصادم الجسيمين المتحركين في اتجاهين حيثما اتفق فنقول  
 نظريتا كارنو - من بعد ملاحظة ان نظرية كارنو لا تنطبق على تصادم الأجسام المرنة يقال انه اذا اعتبرت  
 السبع الثلاث  $a, b, c$  بالشكل  $\Delta$  بالنسبة لأحد عناصر الجسيمين المتصادمين فن مثلث  $abc$  يحدث

$$b^2 = c^2 + a^2 + 2ac \cos \theta \quad (1)$$

واذا رمز للجسم العنصر المذكور بالرمز  $m$  وضرب طرفا المعادلة المذكورة في  $m$  يحدث

$$mb^2 = mc^2 + ma^2 + 2mca \cos \theta \quad (2)$$

$$m(b^2 - c^2) = m(a^2 - c^2 + 2ca \cos \theta - c^2)$$

وبحيث أنه بالنسبة لكل عنصر من عناصر الجسيمين المتصادمين تحدث معادلة مشابهة للمعادلة المذكورة  
 فحينئذ اذا جمعت المعادلات المشابهة للمعادلة المذكورة المنسوبة للعناصر المختلفة السابق ذكرها طرقا  
 بطرف على بعضها فانه يحدث

$$\text{مجموع } m(b^2 - c^2) = \text{مجموع } m(a^2 - c^2 + 2ca \cos \theta - c^2)$$

ولكن اذا رمزنا بحرف  $v$  للقوة الواقعة على العنصر الذي جسمه  $m$  التي تحدث السرعة  $c$  في نهاية  
 مدة الانضدام الصغيرة جدا بقدر ما يراد التي نرمز لها بالرمز  $v$  يكون

$$v = \frac{c}{m} \quad \text{ومنها يحدث} \quad v = \frac{c}{m} = \frac{c}{m}$$

واذا وضع عوضا عن  $m$  مقداره في المعادلة السابقة يحدث

$$\text{مجموع } m(b^2 - c^2) = \text{مجموع } m(a^2 - c^2 + 2ca \cos \theta - c^2)$$

وبحيث ان اتجاه وجهة القوة  $v$  هما طبعيا في اتجاه وجهة السرعة  $c$  فيكون

$$\text{مجموع } m(b^2 - c^2) = \text{مجموع } m(a^2 - c^2 + 2ca \cos \theta - c^2)$$

ولكن حيث ان الحاصل  $v = \frac{c}{m}$  عبارة عن شغل القوة  $v$  في مدة الزمن  $t$  الصغير  
 جدا بقدر ما يراد فيمكن اعتبار الشغل المذكور معدوما وعليه يكون

$$\text{مجموع } v = \frac{c}{m} = \frac{c}{m} \quad \text{وحينئذ يحدث}$$

$$\text{مجموع } m(b^2 - c^2) = \text{مجموع } m(a^2 - c^2)$$

اعني ان مجموع مفايد القوى الحية يساوي مجموع القوى الحية المنسوبة لسرع المفقودة لعناصر الجسيمين



المتصادمين وهو المطلوب

واذا رمز للشغل الناتج من تأثير الانضدام بالرمز  $\text{ش}$  يكون

$$\text{ش} = \frac{1}{2} \text{مجموع م (ك - ك')} \text{ أو يكون}$$

$$\text{ش} = \frac{1}{2} \text{مجموع م (ك - ك')} \text{ وبناء على نظرية كارنو يكون}$$

$$\text{ش} = \frac{1}{2} \text{مجموع م ع}$$

وبضم هذه المعادلة الى المعادلة العمومية للقدرة الحية التي هي مجموع  $\text{ش} = \frac{1}{2} \text{مجموع م (ع - ع')}$  طرفاً بطرف يحدث

$$\text{مجموع ش} = \text{ش} = \frac{1}{2} \text{مجموع م (ع - ع')} + \frac{1}{2} \text{مجموع م ع}$$

وبحيث انه في الآلات المتحركة اى في الجملة المادية المتحركة مجموع  $\text{ش}$  عبارة عن ثلاثة اشغال وهي الشغل الحركى اى شغل القوى المتحركة الذى يرمز له بالرمز  $\text{ش}$  ويعتبر دائماً موجياً والشغل المفيد اى شغل المقاومات المفيدة اى الأصلية الذى يرمز له بالرمز  $\text{ش}$  ويعتبر سالباً ثم شغل المقاومات الثانوية الذى يرمز له بالرمز  $\text{ش}$  وتلك المقاومات عبارة عن الاحتكاكات ويؤسدة الأجزاء والسيور وان الشغل المذكور يكون سالباً أيضاً فينشد تؤول المعادلة السابقة الى

$$\text{ش} - \text{ش} - \text{ش} = \text{ش} = \frac{1}{2} \text{مجموع م (ع - ع')} + \frac{1}{2} \text{مجموع م ع}$$

واذا رمز لمجموع الثلاثة اشغال السالبة بالرمز  $\text{ش}$  الذى يكون عبارة عن الشغل المقاوم الخام فانه يحدث

$$\text{ش} - \text{ش} = \text{ش} = \frac{1}{2} \text{مجموع م (ع - ع')} + \frac{1}{2} \text{مجموع م ع}$$

وهذه معادلة القدرة الحية مطبقة على حركة الآلات أو أجزال المادية باعتبار الانضدام

## في بيوسية الأجزاء

بيوسية الأجزاء هي المقاومة التى يحدثها عند لفه على بكره أو طنبور

وبيوسية الأجزاء تحدث فقامضاعفاً من الشغل حيث انه يقتضى قوة لثنيها وللها وقد ظهر من التجربة ان الذراع  $\text{ك}$  للقوة المقاومة  $\text{ك}$  لا يلصق بالضبط على الطنبور كما في شكل ٧٩ بخلاف الذراع

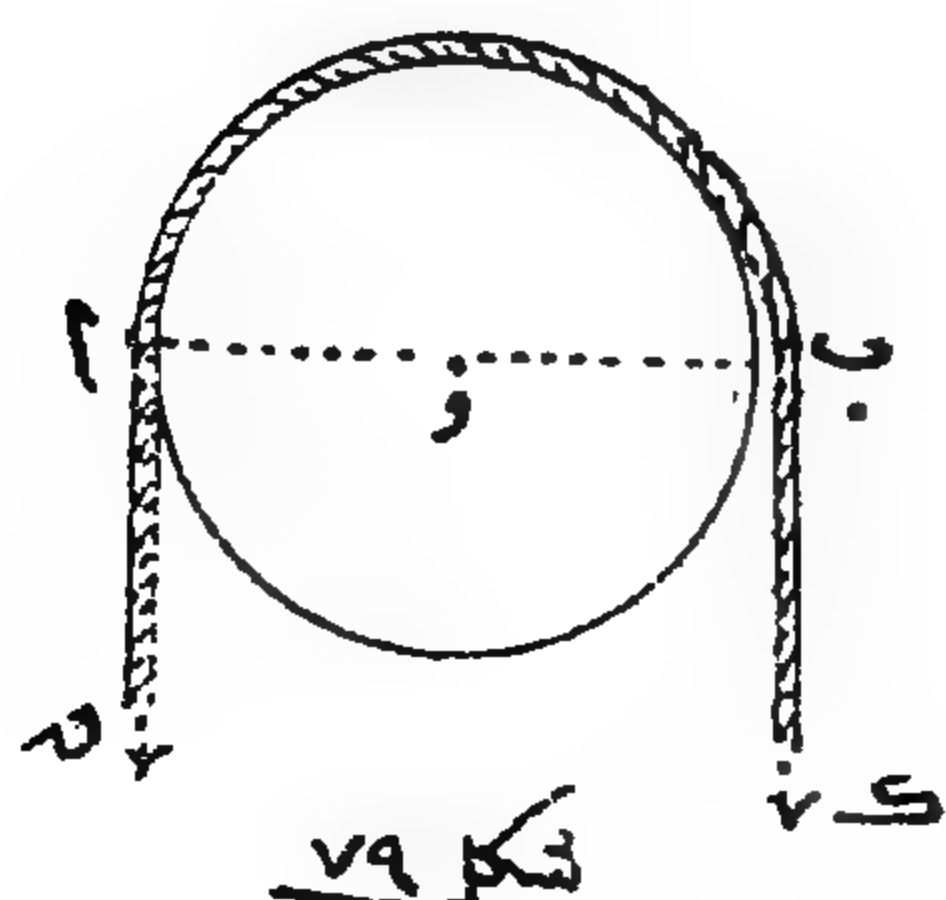
٢ للقوة المتحركة فانه يبقى ملتصقا على الطنبور المذكور بحيث ان وب

ذراع رافعة المقاومة يزداد ويحتاج لقوة كبيرة لأجل حصول التوازن

وبيوسية الأجزاء تناسب عكسياً لقطر الطنبور وعكساً لثقلها وبالسرعة وتغير

تبعاً لجنس الأجزاء ولدرجة التواء وعلى حسب كونه جديداً أو مستعملاً أبيض

أو مقطراً جافاً أو رطباً



وبناء على مناقشة نتائج التجارب التى تحصل عليها المعلم كولى بخصوص

تعيين مقدار البيوسية قد استخرج نافييه القانون الآتى الذى يعيب به مقدار

اليبوسة المذكورة التي يرمز لها بحرف  $\alpha$  وهو

$$\alpha = \frac{1}{3} (1 + \alpha + \alpha^2) \dots (2)$$

الذي فيه  $\alpha$  رمز لقطر البكرة أو الطنور  $\alpha$  و  $\alpha^2$  رمز لقطر الجبل  $\alpha^2$  كمية ثابتة بالنسبة للجبل الواحد  $\alpha$  و  $\alpha^2$  كمية مناسبة للثقل المرفوع  $\alpha$  و عدد يتغير على حسب استعمال الجبل واستعماله وقد اعتبرنا فيه  $\alpha = 1$  بالنسبة للأحبال الحديدية ذات القطر الكبير  $\alpha$  و  $\alpha = 0.5$  بالنسبة للأحبال الأكثر من ضعف استعمال  $\alpha$  و  $\alpha = 1$  بالنسبة للأحبال الرفيعة اللينة جدا واعتبرنا أيضا أنه بالنسبة لمقاومة معلومة  $\alpha$  تكون المقاومة المنسوبة ليبوسة جبل أبيض متغيرة بالنسبة العكسية لقطر البكرة أو الطنور ومناسبة للأش (و) لقطر الجبل المذكور وينتج من الاعتبار المذكور أنه بالنسبة لجبلين مختلفي القطر ملتفين على بكرتين غير متساويتي القطر ورافعتين تقلان متساويتين يكون

$$\alpha = \frac{1}{3} (1 + \alpha + \alpha^2) \dots (3)$$

وفي هذا القانون  $\alpha$  المقاومة المنسوبة ليبوسة الجبل الذي قطع  $\alpha$  الملف على البكرة التي قطعها  $\alpha$

$\alpha$  المقاومة المنسوبة ليبوسة الجبل الذي قطع  $\alpha$  الملف على البكرة التي قطعها  $\alpha$  وأما بالنسبة للأحبال المقطوعة فإن اليبوسة لا تتغير تغيراً محسوساً بالنسبة لدرجة الاستهلاك ومن الأضبط في هذه الحالة أن نعوض في القانون السابق النسبة  $(\frac{1}{3})$  بالكمية  $(\frac{1}{3})$  و  $\alpha$  و  $\alpha^2$  رمزان لعدد خيوط الجديلة المشتل عليها كل من الجبلين المذكورين وحينئذ يكون

$$\alpha = \frac{1}{3} (1 + \alpha + \alpha^2) \dots (4)$$

وقد اعتبر المعلم ناقييه أن في الأحبال البيضاء المبتلة تكون اليبوسة الثابتة  $\alpha = 1$  ضعف يبوسة الأحبال بعينها في الحالة الجافة وأما اليبوسة  $\alpha = 0.5$  فتكون تعيينها كما في الحالة الأخيرة وهناك جدول لا يشتمل على يبوسة أحبال مختلفة ملتفة على بكرات قطرها متر واحد محسوبا بمعرفة المعلم ناقييه بناء على تجارب المعلم كوتلب



اجناس الاحبال	عدد خيوط الجديلة	اقطار الاحبال	تعيين النسبة لكل خيط	اليبوسة الثابتة ١ و	اليبوسة المتغيرة سواء بالنسبة للكيلوجرام الواحد في الجبل ك
جبل ابيض جديد	٣٠	٠.٤٠٠	٠.٢٨٤٤	٠.٤٤٤٤٦	٠.٩٧٤٨٤
» » »	١٥	٠.١٤٤	٠.١٤٤٨	٠.٦٤٥١٤	٠.٥٥١٨٤
» » »	٦	٠.٠٨٨	٠.٠٥٢٢	٠.١٠٦٠٤٨	٠.٠٤٨٠٤
جبل مقطرت	٥٠	٠.٤٤٦	٠.٤٤٤٦	٠.٤٤٤٩٦	٠.١٤٥٥١٤
» » »	١٥	٠.١٦٨	٠.١٦٤٢	٠.١٠٥٩٢٨	٠.٠٦٥٩٤
» » »	٦	٠.٠٩٦	٠.٠٦٩٤	٠.٠٤١٤٠٨	٠.٠٤٥٩٦٤

وبواسطة الجدول السابق وتسليم صحة القانونين يمكن حل جميع المسائل المشابهة للمسألة الآتية -  
مسألة - اذا كان المطلوب تعيين مقدار المقاومة المنسوبة ليبوسة جبل ابيض جديد قطر ٠.٤٥٤ متر  
ملتحف على كرة قطرها ٠.٤ متر رافع ثقلا قدره ٥٠٠ كيلوجرام يقال  
نحسب المقاومة المنسوبة لليبوسة بناء على الجبل الأبيض الجديد الذي قطر ٠.٤ متر القريب جدا من ٠.٤٥٤ متر  
وحيث أنه من بعد تعويض الرموز بمقاديرها في معادلة (١) نحصل

$$r = \frac{1}{0.4} (0.44446 + 0.97484 \times 0.004) = 1.472 \text{ كيلوجرام}$$

ثم نحسب المقاومة المنسوبة ليبوسة الجبل الذي قطر ٠.٤٥٤ متر الموضوع في الأحوال السابقة عينا  
لقانون ١ وحيث أنه يكون

$$r = 1.472 \left( \frac{0.454}{0.4} \right) = 2.052 \text{ كيلوجرام}$$

وأخيرا لما ناقش المعلم موران النتائج التي تحصل عليها كلوب استنتج مع الرمز جرفي ١٤ هـ للكتبتين  
التي بينهما نافييه بالمقدارين ١ و ٢ و ٣ ما هو آت  
أولا بالنسبة للأحبال الجديدة التي من الكتان غير المقطرن المسماة بالأحبال البيضاء ناسفة كانت أو منداة  
بالماء فإن الكتبتين ١٤ هـ يتغيران تقريبا بالنسبة لمربع قطر الجبل  
وثانيا بالنسبة للأحبال السابقة عينا المستهلكة نصف استهلاكه فإن ١٤ هـ يتغيران بالنسبة للأس  
١/٥ أعني بالنسبة للجذر التربيعي لمكعب اقطار الأحبال  
وثالثا بالنسبة للأحبال المقطرة فإن هـ تكون مناسبة لعدد خيوط جديلة الجبل  
وعلى هذا قد وضع المعلم موران القوانين الآتية التي فيها هـ رمز لعدد خيوط الجديلة ١٤ هـ ورمز لقطر  
البكرة وهي

$$\partial x \dots \partial t = A (\partial (\partial x \dots \partial t + \dots \partial v)) = L$$

ثقل  $m = \frac{1}{3} [ (9v + \dots + 9x) + 9 + \dots + 9z ]$  کیلوگرام

## ورثاينا بالنسبة للأحياء المقطونة

$$Q(x_1, \dots, x_{18}) = 0 \quad (Q(x_1, \dots, x_{17}, x_{18}) = 0)$$

ثُمَّ  $\frac{1}{3} = 1 + 2(1 + 2 \dots + 256 + \dots + 15075) + 1 \times 18 \dots 1 \times 1$  كيلوجرام

وماك جد ولا يشتمل على اقطار الاحمال على حسب عدد خطوط الجديله

عدد خيوط الجديده	الأقطار	عدد خيوط الجديده	الأقطار	عدد خيوط الجديده	الأقطار	عدد خيوط الجديده	الأقطار
٥١	١٠٦١	٤٦	١٠٤٠	٤١	١٠١٦٨	٦	١٠٠٨٩
٥٤	١٠٦٨	٤٩	١٠٤٤٨	٤٤	١٠١٧٩	٩	١٠١١٠
٥٧	١٠٧٦	٤٢	١٠٤٧٧	٤٧	١٠١٩٠	١٢	١٠١٤٧
٦٠	١٠٨٤	٤٥	١٠٤٩٦	٤٠	١٠٢٠٠	١٥	١٠١٤١
		٤٨	١٠٥٠٤	٤٤	١٠٢١٠	١٨	١٠١٥٥

تطبيق على ما تقدم - اذا كان المطلوب حل المسألة السابقة التي صار عليها يوضع مقدارا  $h, a$  في المعادلة الآتية وهي

$$(5p + 2) \frac{1}{5} = r$$

مع ملاحظة انه في هذه الحالة  $\phi = 48^\circ$  بناء على الجدول السابق حيث ان قطر الجبل يساوي  $1000$  متر. وعليه يكون

$$\text{أو } [0 \dots x \wedge x \cdot \dots \wedge x + \wedge (x \wedge x \cdot \dots \wedge 0 + \cdot \dots \wedge v)] \frac{1}{x^2} = \checkmark$$

$$r = \frac{1}{\frac{0.4}{0.5} + 0.5 \times 0.174} = 0.875$$

وهذا المقدار الأخير مغاير للمقدار ٥٠٠٠ كيلو جرام الذي وجد باستعمال جدول نافييه  
الشغل المفقود بيبوسة الأحمال - إذا لاحظنا شكل ٧٩ وقطعنا النظر عن نصف قطر الجبل وعن  
تباعده عن البكرة بسبب اليبوسة فإن الشغل المفقود بيبوسة الجبل المذكور الملتف على البكرة المذكورة  
باعتبار قطرها يساوى ٤٠٪ بالنسبة للدورة الكاملة يكون

پیش = ط × ۲ × ۲ = ۴ × ۲ × ۲ = ۱۶ × ۲ = ۳۲ کیلوگرام

وحيث أنه بقطع التفل عن الاحتكاك يكون مقدار شغل القوة المحركة بالنسبة للدورة الكاملة هو

$$b \times a = 57$$



$$م \times ط = (س + د) \times ط = ك \times ط + (س + د) \times ط$$

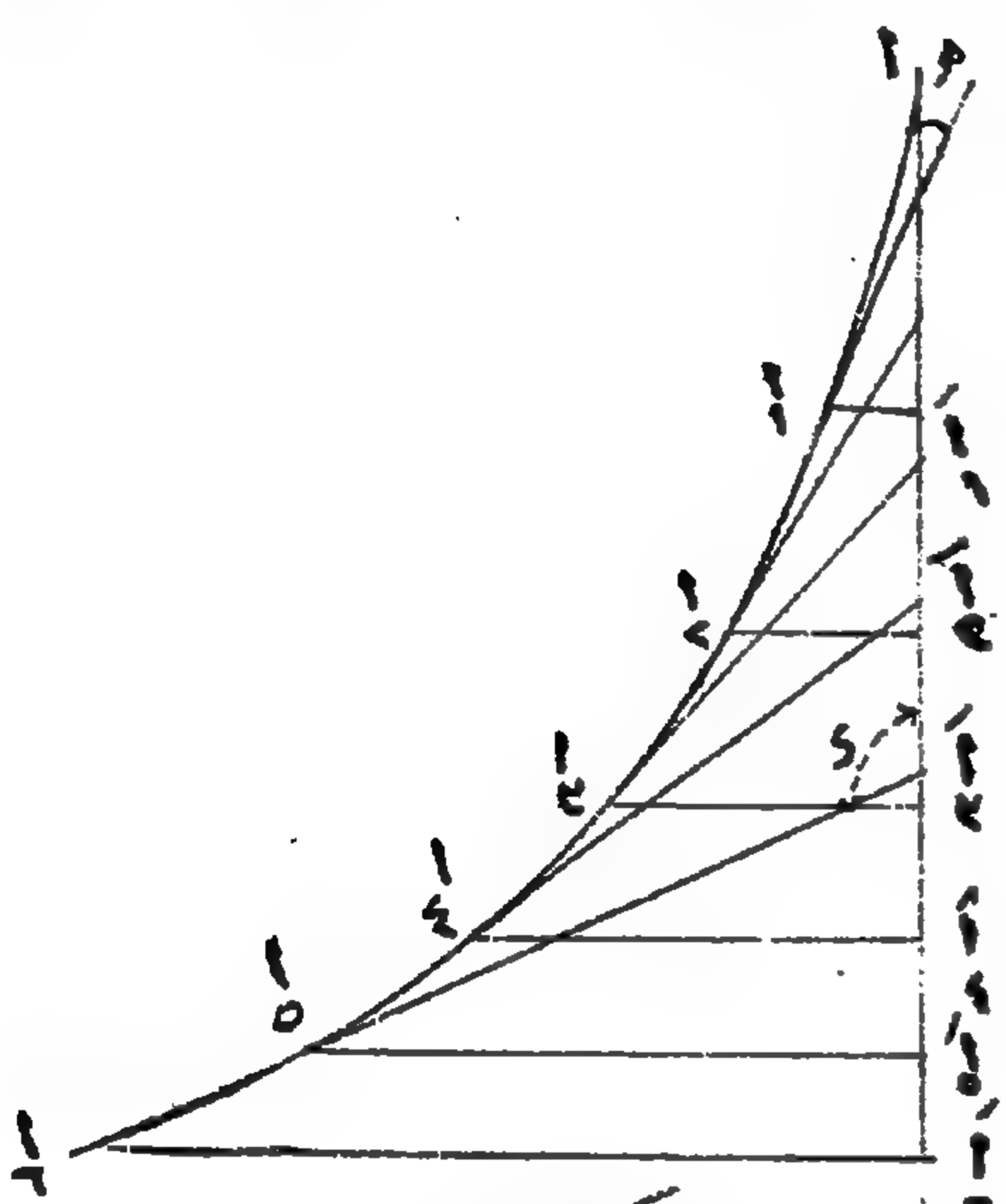
$$م = ك + \frac{س \times ط}{ط + د}$$

فيكون

ومن هذه المعادلة يستخرج مقدار القوة المحركة

### المتحرك على منحني

إذا تحرك جسم على منحني أملس فإن المنحني يحدث ضغطاً أو رد فعل على الجسم المذكور في كل نقطة ولكن حيث أن رد الفعل يكون على الدوام عمودياً على المنحني فإنه لا يثبته عنه اسراع أو إبطاء لحركة الجسم المذكور ولأجل تعيين سرعة الجسم في أي نقطة يجب تحليل القوى المؤثرة على الجسم في اتجاه الحركة في اللحظات المتتالية واختبار تأثير هذه القوى المحركة



فإذا انزل متحرك غير مرئي على منحني أملس في مستودع رأسي بتأثير الثقالة وكان المطلوب إيجاد سرعة المتحرك المذكور في أي وضع كان يقال

انه يمكن اعتبار المنحني نهاية مضلع اضلاع متساوية الميل على بعضها وعددها أخذ في الازدياد بقدر ما يرد وان الزوايا الواقعة بين الاضلاع المتتالية تصير عند النهاية معدومة

وحينئذ إذا فرض ان المضلع المذكور هو ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠ شكله ورسم ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠ عمودية على الخط الرأسي المار بنقطة ١ وان ه هي الزاوية الواقعة بين ضلعين متتابعين من المضلع اللذين لا يلزم أن يكون طولهما واحداً

وان ع هي سرعة المتحرك حينما يكون في نقطة ١ في الاتجاه ١ ٢

وان ع هي سرعة المتحرك حينما يكون في نقطة ٢ في الاتجاه ٢ ٣

وان ع هي سرعة المتحرك حينما يكون في نقطة ٣ في الاتجاه ٣ ٤

.....

وان ع هي سرعة المتحرك حينما يكون في نقطة ١٠ في الاتجاه ١٠ ١١

فإن بتطبيق نظرية القدرة الحية على كل سافة جزئية مثل ١ ٢ ٢ ٣ ٣ ٤ ٤ ٥ ٥ ٦ ٦ ٧ ٧ ٨ ٨ ٩ ٩ ١٠ يكون

$$\frac{1}{2} م ع - \frac{1}{2} م ع = ش ت \quad \text{أو}$$

$$\frac{ش}{2} ع - \frac{ش}{2} ع = ش ت \times ١ \quad \text{أو}$$

$$ع = ع + ح \times ١ \quad \text{وبمثل ذلك يكون}$$

$$ع = ع + ح + ح \times ١ \quad \text{حيث انه وصل المتحرك الى ١ فإنه يغير اتجاهه}$$

الى ١! بسرعة قدرها  $c$  حاه وكذا يكون

$$c = c + c \times 1$$

$$c = c + c \times 1 + c \times 1 + \dots$$

وبالجمع والتحويل يحدث

$$c + (c + c + \dots + c) = c + c \times 1 + c \times 1 + \dots + c \times 1 \quad (1)$$

فاذا كان  $c$  رمزاً للزاوية الواقعة بين اتجاهي الحركة في  $(1, 1)$   $c$  رمزاً لأكبر مقادير السرعة  $c, c, c, \dots$   $c = 1$  يكون

$$(c + c + \dots + c) > c + c \times (1 - c) \quad \text{أو}$$

$$(c + c + \dots + c) > c + c \times \left(\frac{1}{c}\right)$$

وهذا المقدار ينعدم حينئذ  $c$  الى ما لا نهاية مع بقاء  $c$  ثابتاً وعلى ذلك فحتى  $c$  كثيراً الاضلاع الى المخني فالمعادلة (١) تقول الى

$$c = c + c$$

وهي المعادلة التي منها تتبين السرعة في أي نقطة من نقط المخني بدلالة السرعة الابتدائية والارتفاع الرأسى الذي سقط منه المتحرك

ويحذف الرمز  $c$  الموضوع تحت السرعة  $c$  يكون

$$c = c + c$$

تنبيه - قد فرض فيما تقدم ان المتحرك غير من وانما متحرك على تقدير المخني بتأثير قوة التثاقل وذلك لكي يتحرك المتحرك المذكور ملاصقاً للمخني وقد يترك المتحرك السائر على مخني هذا المخني في شروط مخصوصة الا ان الفرض المذكور سابقاً يمكن توضيحه بتصور ان المضلع  $c$  عبارة عن انبوبة مضلعة تقول في النهاية الى انبوبة مخنية قطرها الداخل صغير وكاف بالضبط لمروء المتحرك وحينئذ فحالة السير على مخني تكون حقيقة لان السرعة التي يأخذها المتحرك في أي نقطة تكون مساوية لسرعة متحرك سائر على تقدير المخني أو تحديده حيث انها تبقى على الدوام ماسة له

وينتج من ذلك أولاً اذا خرج المتحرك من نقطة ١ من السكون يكون  $c = 1$   $c = 1$  اعني ان السرعة المكتسبة لجسم خارج من السكون ومتحرك على مخني أملس يساوى السرعة التي يكتبها الجسم الساقط بحرية من الارتفاع نفسه وزيادة على ذلك يمكن التعبير عن المعادلة  $c = c + c$  بأن يقال

مربع السرعة في أي نقطة مثل  $c$  يساوى مربع السرعة في أي نقطة أخرى مثل ١ زائد مربع السرعة التي يكتبها المتحرك بواسطة التثاقل لو خرج من السكون قاطعاً المسافة الرأسية عينها وهذه النتيجة

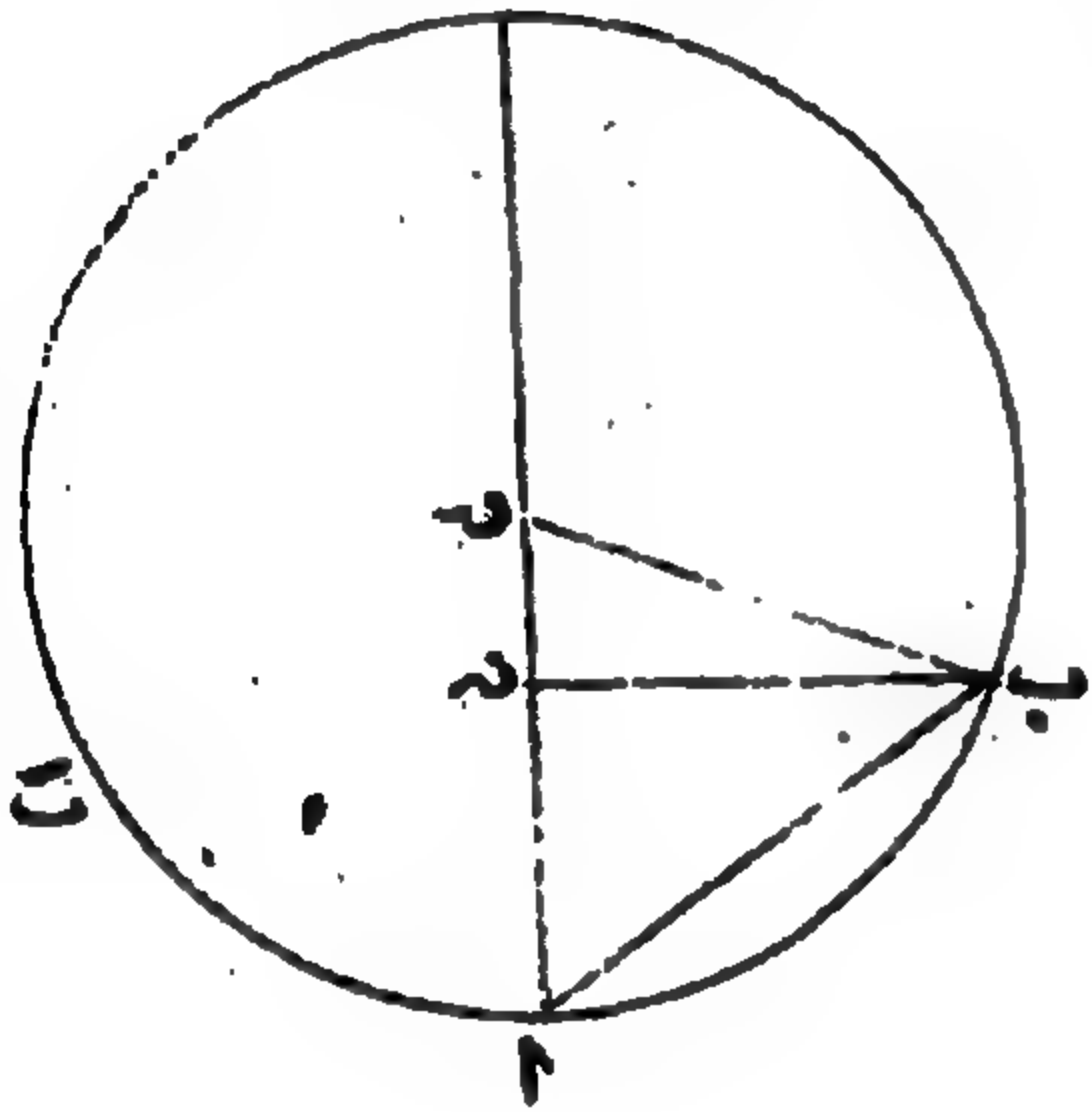


غير متعلقة بشكل المنحنى

وثانيا إذا صعد جسم على منحنى فإن الارتفاع الرأسى الذى يصل اليه يساوى الارتفاع الرأسى الذى يسقط منه بحيث يكون له عند انتهاء السقوط السرعة التى صعد بها وذلك لأن الجسم فى صعوده تنافس سرعته بنفس الكيفية التى تزايد بها فى نزوله فإذا كان  $g$  سرعة المتحرك فى أى نقطة من حركة على المنحنى  $g$  سرعته بعد قطع المسافة الرأسية  $h$  من ابتداء تلك النقطة يكون

$$g^2 = g_0^2 - 2gh$$

وحينئذ إذا كان  $h$   $g$  شكله  $h$  منحنيًا موجودا فى مستو رأسى  $g$  أو طى نقطة منه والجزآن  $h$   $g$  متماثلين ومتساويين فإن المتحرك فى نزوله على  $h$  يكون له سرعة مساوية للسرعة التى يرتفع فيها إلى نقطة  $h$  والسرعة التى يأخذها المتحرك فى ارتفاعات متساوية عند صعوده ونزوله تكون متساوية والزمن الكلى للصعود يكون مساويا للزمن الكلى للنزول



شكله

ومن الواضح أنه متى وصل المتحرك إلى  $h$  فإنه ينزل ثانية إلى  $g$  ويرتفع إلى  $h$  ويستمر على ذلك بمعنى أن الحركة تصير متدودة أى ارتباطية والزمن اللازم للمرور من  $h$  إلى  $g$  يسمى زمن الرحلة وثالثا إذا فرض أن  $h$   $g$  قوس من محيط دائرة نصف قطره  $g$  ونقطة  $h$  هي أو طى نقطة  $h$  أو نصف القطر الرأسى  $h$   $g$  عمودى على  $g$   $g$  سرعة المتحرك فى نزوله من السكون من نقطة  $h$  إلى أو طى نقطة  $h$  يكون

$$g^2 = g_0^2 - 2gh = \frac{g_0^2}{2} = \frac{g_0^2}{2} \times \frac{h}{h} = \frac{g_0^2}{2} \times \frac{h}{g_0^2} = \frac{h}{g_0^2} \times \frac{g_0^2}{2} = \frac{h}{2} \times \frac{g_0^2}{g_0^2} = \frac{h}{2} \times 1 = \frac{h}{2}$$

$$g = \sqrt{\frac{h}{2}}$$

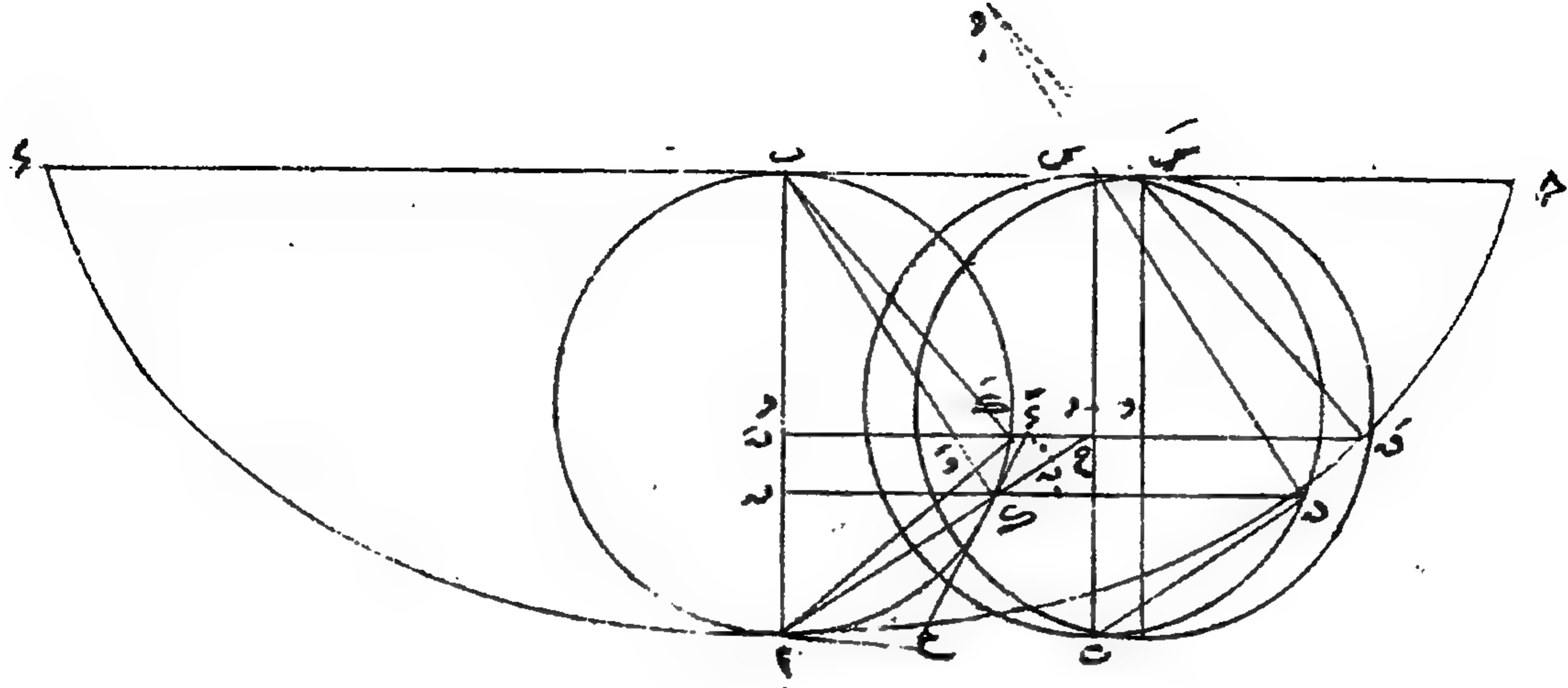
بمعنى أن السرعة فى أو طى نقطة تتغير بالنسبة لوتر قوس النزول

وهذا الأمر يحصل بعينه إذا فرض أن النقطة المادية مربوطة فى طرف جبل غير قابل للتمدد طوله  $g$  وطرفه الثانى مثبت فى نقطة  $g$

تنبية - الزمن اللازم لسقوط متحرك من السكون من نقطة  $h$  إلى أو طى نقطة  $h$  لا يبقى ثابتا غالبا بل تتغير بتغير نقطة  $h$  لأنه إذا كان المنحنى سكلويديا فإن زمن السقوط إلى أو طى نقطة يبقى ثابتا مهما كان وضع النقطة التى يخرج منها المتحرك

وبجارية أخرى أن زمن الرحلة على منحنى سكلويدى محوره رأسى ورأسه أسفل يكون ثابتا مهما كان طول قوس الرحلة ولذلك يسمى المنحنى السكلويدى منحنى الأزمنة المتساوية وخاصية المنحنى السكلويدى هذه لها أهمية عظمى فى نظرية البناديل واشتراكها وسنبرهن عليها الآن الأصوب أن نتكلم أولا على خواص المنحنى السكلويدى فنقول -

تعريف - اذا تدرجت دائرة ت ه س التي مركزها و في مستو واحد على خط مستقيم ه د و شكل ٨٤



شكل ٨٤

فان اى نقطة ثابتة على المحيط ترسم منحنيًا ه ه ١ يسمى منحنيًا سكلويديا وحينئذ اذا فرضنا ان ه ه ١ هو المنحنى المتكون من لفة كاملة للدائرة الراسية وان ه ه ١ هما النقطتان اللتان فيها تترك النقطة الراسية المستقيم ه ه ثم تعود اليه وان س ه ت هو وضع محيط الدائرة حينئذ تكون النقطة الراسية في ه وان ب ك ١ وضعها حينئذ تكون النقطة الراسية على اعظم بعد من ه ه يرى بعدها ان جزئى المحقى ه ه ١ يكونان متساويين ومتشابهين

ثم ان للمستقيم اب الذى يقطع ه ه بالمقامد عليه يسمى المحور وان ه ه يسمى القاعدة وان نقطة ١ تسمى رأس المنحنى السكلويدى

اذا تقرر هذا ورسم مستقيم ه ه ك ه عموديا على اب ووصل ه ه س ١ و ت يقال حيث ان النقطة الراسية ه ه تخرج من ه وان كل نقطة من نقط القوس س ه كانت مماسة للخط ه ه س فيكون قوس ه ه س = ح س وحيث ان الخط ه ه مساو لنصف المحيط ب ك ١ المساوى لنصف المحيط س ه ت فيكون قوس ه ه ت = ب س = ه ه ك حيث ان ه ه ك مساو ومواز الى ه ه س

وحيث اننا افترضنا ان المحيط يبتدىئ في التدرج من الوضع ب ك ١ ومعه النقطة الراسية في ١ ففى وصلت هذه النقطة الى وضع مثل ه ه يكون قوس ا ك ١ = ب س = ه ه ك ويكون ايضا

اولا ان ه ه ت يكون مماسا للمنحنى السكلويدى فى نقطة ه ه وذلك لانه متى آتت النقطة الراسية فى ه ه فان الدائرة الراسية تكون مماسة للخط ه ه فى نقطة س ونقطة س ه ه تبقى ساكنة لحظة من الزمن أى انها تصير مركز دوران وقتى والدائرة تدور حينئذ حول نقطة س وعليه فتترك نقطة ه ه فى اتجاه عمودى على س ه أى ان س ه يكون عموديا على المنحنى السكلويدى فى نقطة ه ه وحينئذ

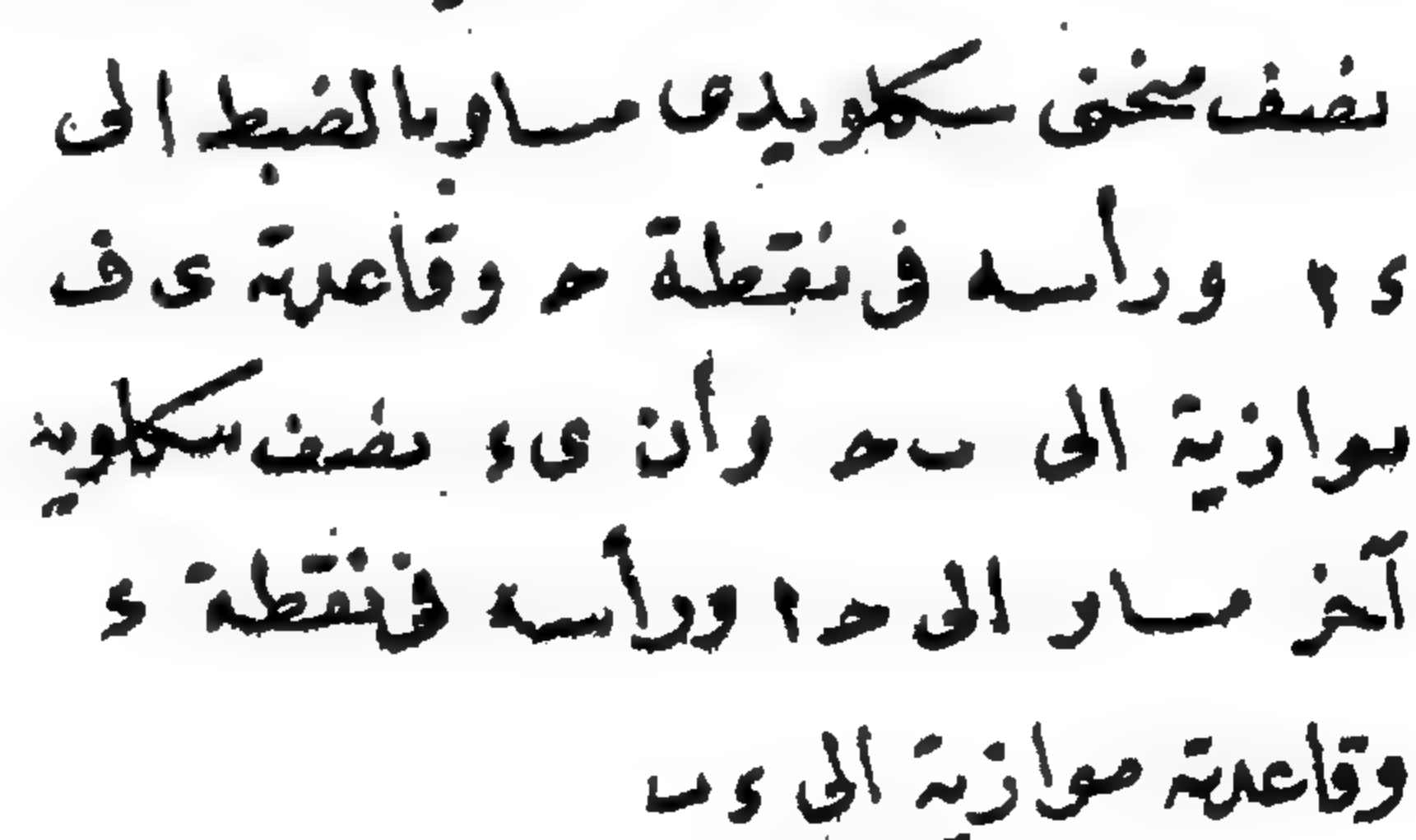
الخط



وحيث ان  $\angle \alpha$   $\angle \beta$  هما زاويتا زاوية  $\angle \gamma$  فتكون زاوية  $\angle \gamma = \angle \alpha + \angle \beta$  ولكن  
زاوية  $\angle \gamma = \angle \alpha$  الزاوية المقابلة لها  $\angle \beta$  وكانت زاوية  $\angle \gamma = \angle \alpha$  فاذن تكون زاوية  
 $\angle \gamma = \angle \alpha$  زاوية  $\angle \gamma = \angle \alpha$  وعليه يكون  $\angle \gamma = \angle \alpha$  ولكن اذا صغر القوس  $\angle \gamma$  بقدر ما يراد  
فانه يميل لان يتحد مع المماس  $\angle \gamma$  وعند النهاية يكون مساويا له وعليه يكون

وكذا حيث ان ك ع مواز للماس للمخني السكويدي في نقطة ه فيكون عند النهاية مساويا للقوس ه ه  
واذن تكون الزيادة ه ه للقوس السكويدي عند النهاية ضعف الزيادة المقابلة لها للوتر ا ك  
وحيث ان القوس ا ه والوتر ا ك امتدان من نقطة ا فناء على ما ذكر يكون القوس ا ه  
مساويا الى ضعف الوتر ا ك أو ضعف ت ه

لاجل انشاء بندول يرجح في سخن سكليدي معن نفرض ان  $\alpha$  شكل  $\alpha$  هو المحور  $\alpha$ ، قاعدة  
السكليدي المعلوم ونفرض ايضا أن  $\alpha$   $\alpha$



ك ا ه و ضعا النقطتين الراسيتين وبصل ك ص ا ص ه  
فيكون قوس ه ص = ص ح = ر ف = قوس ص ك

وبسبب تساوى الدائرتين تكون الزاويتان  $\angle \text{د ص هـ}$  و  $\angle \text{د ص ب}$  متساويتين وعليه يكون  $\text{د ص ك}$  خطا مستقيما

ولكن  $\text{ك ص}$  مماسا للمخني  $\text{د هـ}$  في نقطة  $\text{ك}$  و  $\text{د ص عمودي}$  للمخني  $\text{د هـ}$  في نقطة  $\text{هـ}$  وايضا فان القوس  $\text{د هـ ك}$  يساوى ضعف القوس  $\text{د هـ} = \text{هـ ك}$

وحينئذ اذا فرض خط طوله يساوى طول نصف المخني السكلويدى  $\text{د هـ}$  ونبتت احدى نهايتيه في نقطة  $\text{د}$  وكان ملازما دائما للمخني السكلويدى  $\text{د هـ}$  بحيث يكون منته ودا وغير قابل للتدد فيكون على الدوام مماسا للمخني السكلويدى المذكور ونهايته الاخرى ترسم المخني السكلويدى  $\text{د هـ ٢}$  وحينئذ فتمتص هذه الطريقة العملية لانشاء بندول يرتج على مخني سكلويدى وهى

انه اذا فرض نصفين سكلويديين ماديين  $\text{د هـ ١}$  و  $\text{د هـ ٢}$  موضوعين بحيث يكون لهما مماس مشترك في نقطة  $\text{د}$  وفرض انه ثبت في نقطة  $\text{د}$  طرف خط رفيع طوله مساو لطول نصف المخني السكلويدى  $\text{د هـ ١}$  وربطت بالنهاية الاخرى  $\text{هـ ١}$  للخط المذكور نقطة مادية فهذه النقطة ترج في المخني السكلويدى  $\text{د هـ ٢}$  بحيث ان الخط المذكور يخل من على  $\text{د هـ ٢}$  حينما ترسم نقطة  $\text{هـ ٢}$  المخني  $\text{د هـ ٢}$  ثم يلتف من نفسه على  $\text{د هـ ٢}$  حينما ترسم النقطة المذكورة المخني  $\text{د هـ ٢}$  وهكذا

نصف قطر الانحناء في اى نقطة مثل  $\text{هـ ١}$  من المخني السكلويدى يساوى  $\text{هـ ١ ك} = \text{د هـ ١} = \text{ضعف العمودى على المخني في النقطة المذكورة كما هو واضح من شكل ١٤}$

ومع ذلك فيمكن الوصول الى ذلك مباشرة بواسطة شكل ١٤ لانه اذا وصل  $\text{د ك}$  فالمستقيم الاول يقطع  $\text{د هـ ١}$  في نقطة  $\text{و}$  ثم ان المستقيمين  $\text{د س ا ق}$  من العمودين للمخني في نقطتي  $\text{د هـ ١}$  و  $\text{د هـ ٢}$  يتقاطعا في نقطة  $\text{و}$  التى هى مركز الانحناء في نقطة  $\text{هـ ١}$  وحيث ان  $\text{و د هـ ١}$  موازيان على التناظر الى  $\text{د ك ا ب ك}$  وان  $\text{د هـ ١} = \text{د هـ ٢} = \text{د هـ ١ ك}$  عند النهاية فيكون

$$\text{و د هـ ١} = \text{د هـ ٢} = \text{د هـ ١ ك} = \text{د هـ ٢ ك} = \text{د هـ ١ ك} = \text{د هـ ٢ ك} = \text{د هـ ١ ك} = \text{د هـ ٢ ك}$$

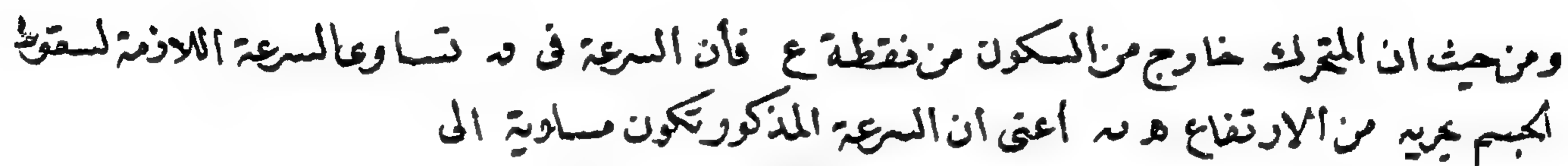
اعنى ان نصف قطر الانحناء يساوى ضعف الخط العمودى لايحاد الزمن الذى فيه تنزل نقطة مادية على مخني سكلويدى معكوس يقال نفرض ان  $\text{د هـ ١ ك}$  هى النقطة التى يخرج منها المتحرك من السكون وان  $\text{د هـ ٢ ك}$  خط افقى يقابل محور السكلويد  $\text{د هـ ١ ك}$  في نقطة  $\text{هـ ١ ك}$  ثم نرسم على  $\text{د هـ ١ ك}$  محيط دائرة ولكن  $\text{د هـ ١ ك}$  احدى نقطتي قوسين من بعضهما ويقابلان هذا المحيط في نقطتي  $\text{د هـ ١ ك}$  و  $\text{د هـ ٢ ك}$  ثم نصل  $\text{د هـ ١ ك}$  و  $\text{د هـ ٢ ك}$  فالخط الاخير يقطع  $\text{د هـ ١ ك}$  في نقطة  $\text{ك}$  وحينئذ يكون

$$\text{قوس د هـ ١ ك} = \text{د هـ ١ ك} = \sqrt{\frac{\text{د هـ ١ ك} \times \text{د هـ ٢ ك}}{\text{د هـ ١ ك}}} = \sqrt{\frac{\text{د هـ ١ ك} \times \text{د هـ ٢ ك}}{\text{د هـ ١ ك}}}$$

وبمثل ذلك يكون

$$\text{قوس د هـ ٢ ك} = \text{د هـ ٢ ك} = \sqrt{\frac{\text{د هـ ١ ك} \times \text{د هـ ٢ ك}}{\text{د هـ ١ ك}}} \text{ واذن يكون}$$





وحيث ان  $v$  صغيرة جدا فان سرعة المتحرك اثناء قطع المسافة المذكورة تكون قريبة الانتظام جدا  
 ومساوية السرعة في نقطة  $v$  وكلما كان مقدار  $v$  صغيرا كلما قرب هذا الفرض من الصحة وبناء على هذا الفرض يمكن جعل  
 $\Delta t = \Delta t_1 = \Delta t_2 = \dots = \Delta t_n = \Delta t$   $\Delta x = \Delta x_1 = \Delta x_2 = \dots = \Delta x_n = \Delta x$  واذن يكون الزمن  
 المار ولقطع المسافة  $v$  =  $\frac{\text{قوس } v}{\text{السرعة في } v}$  عند النهاية او ان الزمن المذكور يساوي

حيث ان  $\frac{ت ك}{ه ه} =$  التقدير الدائري لزواية ه ه ك عند النهاية اعنى ان المثلث اللازم لقطع اى قوس صغير مثل ه ه ك يتغير تبعاً للتقدير الدائري لزواية ه ه ك

ع ه ولكن مجموع الزوايا المقابلة للزمن المذكور هو زاوية ع ه ك وحينئذ فمن قطع المسافة

وينج من ذلك أولا حينئذ في ٢ فان الزاوية ع هـ هـ نصير ع هـ ١ =  $\frac{\text{ط}}{\text{ع}}$  واذن قزم قطع المسافة من ع الى ٢ ياوى  $\frac{\text{ط}}{\sqrt{\frac{\text{ع}}{\text{ط}}}}$

وبعد ان ياتي المتراك في ١ يصعد على النصف الآخر اء من المنحنى السكوني الى ان يصل الى نقطة  
ع بحيث يكون  $اع = اء$  وزمن الصعود على  $اع$  يكون مساويا الى زمن النزول على  $اع$  وعليه يكون

ومن الرجّة الكاملة منع الحائض ماويها الى

وثانياً حيث ان زمن الرحلة في المحنى السكويدي لا يتعلق بوضع النقطة التي تبدى منها الحركة فان الزمن

يكون ثابتا مهما كان مقدار قوس الرجة وبعبارة أخرى ان المنحنى السكويدي هو منحنى الازمنة المتساوية  
ونالفا اذا وضع منحنى سكويديان  $\gamma$  و  $\gamma'$  شكل ٨٤ متماسان معا في نقطة  $\gamma$  بحيث يكون المماس  
المشترك رأسيا ثم ثبت طرف خيط مساو لطول احدهما في نقطة  $\gamma$  وربط في الطرف الآخر نقطة مادية  
فان هذه النقطة ترجح في المنحنى السكويدي  $\gamma$  بنفس الكيفية التي ترجح بها نقطة مادية مطلقة على  
منحنى سكويدي مادي  $\gamma'$

فاذا كان  $L$  رمز الطول الخيط المذكور اعني لطول البندول يكون  $L = \gamma = \gamma'$  ويكون زمن الرجة  
من يكون الى آخر مساويا الى  $\sqrt{\frac{L}{g}}$

واذن ففي المحل الواحد من سطح الأرض يتغير زمن الرجة بالنسبة لجذر طول البندول  $\gamma$  بالنسبة الى  $\sqrt{L}$   
ورابعا اذا اخذ جزء صغير جدا من المنحنى السكويدي من ابتداء  $\gamma$  شكل ٨٥ فري ان هذا الجزء يتحد  
بتقريب كاف مع جزء من الدائرة المارة بنقطة  $\gamma$  التي نصف قطرها  $\gamma$  ومركزها نقطة  $\gamma$   
وحينئذ اذا ارجع بندول طوله  $L$  على قوس دائري ذي سعة صغيرة جدا وكافية لحصول الرجة فان زمن  
الرجة يساوي

$$\sqrt{\frac{L}{g}}$$

وخامسا اذا كان  $L$  رمز الطول ببندول الثواني اي البندول الذي يمر من السكون الى السكون في ثانية  
 $\gamma$  رمز الطول ببندول يرجح رجة واحدة في ثواني عددها  $\gamma$  اي زمن رجة  $\gamma$  من الثواني يكون

$$1 = \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \gamma = \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$L = \gamma^2$$

ومنها يحدث

طول بندول الثواني - طول بندول الثواني في عرض لندن وجد بالتجربة انه يساوي ٣٩١٣٨٦ بوصة  
ومن مقدار الطول  $L$  هذا يمكن ايجاد مقدار مجلة الشاقل لأن

$$1 = \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$g = \frac{L}{1} = 391386 \text{ بوصة} = 3919 \text{ قدم}$$

وننتج من ذلك انه اذا كان  $\gamma$  عمليتي الشاقل في محلين مختلفين  $\gamma$  و  $\gamma'$  من سطح الأرض فيهما يرجح البندول  
رجات (اي يدق دقات) عددها  $\gamma$  و  $\gamma'$  على التناظر في زمن معين فمن السهل المقارنة بين  $\gamma$  و  $\gamma'$  بدلالة  
 $\gamma$  و  $\gamma'$

وذلك لأنه اذا كان  $\gamma$  هو الزمن المعلوم يكون

$$\sqrt{\frac{L}{g}} = \frac{\gamma}{\gamma'} \quad \sqrt{\frac{L}{g}} = \frac{\gamma}{\gamma'}$$

ومنها يحدث

$$\left(\frac{\gamma}{\gamma'}\right)^2 = \frac{g}{g'}$$

$$\frac{g}{g'} = \frac{\gamma^2}{\gamma'^2} \quad \text{تقريبا اذا كان } \gamma - \gamma' \text{ صغيرا جدا بالنسبة}$$





م؟ للمخني في نقطة م ولكن م = د = ع

وحيث ان زاوية ام د أو م د ه صغيرة جدا بقدر ما يراد بسبب قرب نقطة م من نقطة م بقدر ما يراد فالكنت العمودي هي لا يفوق الا بمقدار صغير جدا بقدر ما يراد عن قوس الدائرة الذي مركزه ب ونصف قطره د ه وحينئذ يكون ب ي = م د = م = ٢ = ع

ولكن م د = د ي + م ي من الشكل حينئذ يكون

$$م د = د ي + م ي$$

واذا رمزنا للزمن الصغير جدا الذي هو الفرق بين نراء بالرمز م يكون

$$\frac{م د}{م ي} = \frac{د ي}{م ي} \text{ وبأخذ نهاية الطرفين يكون}$$

$$\frac{م د}{م ي} = \frac{د ي}{م ي}$$

أعني أن نها  $\frac{م د}{م ي}$  عبارة عن النهاية التي تميل إليها النسبة بين ازدياد السرعة المماسية وبين ازدياد الزمن م المستعمل لحصول هذه الزيادة وهي ما تسمى بالجملة المماسية وحينئذ فالنهاية التي تميل إليها النسبة  $\frac{د ي}{م ي}$  تسمى بالجملة العمودية والنهاية التي تميل إليها النسبة  $\frac{م د}{م ي}$  تسمى بالجملة الكلية أي ات

نها  $\frac{م د}{م ي}$  تسمى بالجملة المماسية

نها  $\frac{د ي}{م ي}$  تسمى بالجملة العمودية

نها  $\frac{م د}{م ي}$  تسمى بالجملة الكلية

الارتباط الواقع بين الجملة المماسية والعمودية والكلمية

أولاً من حيث ان الجملة المماسية هي نهاية نسبة ازدياد السرعة ع على ازدياد الزمن م فتكون هي المشتقة برتبة أولى للسرعة بدلالة الزمن

ويفهم من ذلك ان الجملة المماسية في التحرك المخني هي عين الجملة في التحرك المستقيم وثانياً اذا كان م هو العمودي للمخني في نقطة م فمثلث م م م يمكن اعتباره كمثلث مستقيم الاضلاع وحينئذ يكون مثلث م م م متشابهاً لمثلث م م م بسبب تعامد اضلاعها ومنه يحدث

$$م ي : د ي :: م م : م م \text{ ومنه يحدث}$$

$$\frac{م ي}{د ي} = \frac{م م}{م م} \text{ أو}$$

$$\frac{م ي}{د ي} = \frac{م م}{م م} \text{ (نها)}$$

ولكن عند النهاية  $\frac{م ي}{د ي} = ع$  م م يقول الى ما يسمى بنصف قطر الاخنا الذي يرمز له بالرمز خ وحينئذ يكون

$$\frac{م ي}{د ي} = ع$$



وحيث ان  $\frac{u}{v} = \frac{u}{v} = \frac{u}{v} = \frac{u}{v}$  العجلة العمودية فاذا رمز للعجلة العمودية المذكورة بالرمز  $\frac{u}{v}$  يكون

$$\frac{u}{v} = \frac{u}{v}$$

اعني ان العجلة العمودية تساوي خارج قسمة مربع سرعة المتحرك على نصف قطر الخناء خط السير وثالثا من مثلث قائم الزاوية في  $\frac{u}{v}$  يحدث

$$\frac{u}{v} = \frac{u}{v} + \frac{u}{v} \text{ أو } \left(\frac{u}{v}\right) = \left(\frac{u}{v}\right) + \left(\frac{u}{v}\right)$$

وبأخذ نهاية الطرفين يحدث

$$\frac{u}{v} = \frac{u}{v} + \frac{u}{v} \text{ أو } \frac{u}{v} = \frac{u}{v} + \frac{u}{v}$$

$$\frac{u}{v} = \frac{u}{v} + \frac{u}{v} \text{ ولكن}$$

حيث ان  $\frac{u}{v}$  عبارة عن مربع العجلة الكلية  $\frac{u}{v}$  عبارة عن مربع العجلة المماسية  $\frac{u}{v}$  عبارة عن مربع العجلة العمودية فحينئذ اذا رمزنا للعجلة الكلية بالرمز  $\frac{u}{v}$  وللجمله المماسية بالرمز  $\frac{u}{v}$  يكون

$$\frac{u}{v} = \frac{u}{v} + \frac{u}{v}$$

اعني ان العجلة الكلية يمكن حسابها كوتر مثلث قائم الزاوية أحد ضلعين المحيطين بالقائمة العجلة المماسية والضلع الآخر العجلة العمودية

وينتج من ذلك اولا حينما تكون العجلة العمودية معدومة فالعجلة الكلية تساوي العجلة المماسية ولكن حيث كانت العجلة العمودية تساوي  $\frac{u}{v}$  فحينئذ انعدامها لا يقع الا اذا كانت السرعة ع معدومة بالكلية اعني انه لا يوجد متحرك أصلا أو ان نصف قطر الخناء  $\frac{u}{v}$  يكون مقداره الى ما لا نهاية له اعني ان خط السير يكون خطا مستقيما وحيث انه لا يجوز انعدام السرعة بوجود الحركة فحينئذ انعدام العجلة العمودية يدل على أن خط السير مستقيم

وثانيا حينما تكون العجلة الكلية ثابتة المقدار والاتجاه كخط السير يكون قطعا مكافئا لأنه اذا اعتبرنا اتجاه السرعة الابتدائية في محور السينات واتجاه العجلة الكلية محورا الصادات بفرض انعدام العجلة الكلية المذكورة يتحرك المتحرك على اتجاه محور السينات تحركا منتظما ويكون

$$s = \frac{u}{v}$$

واذا كان الأمر بالعكس بأن كانت العجلة الكلية هي الموجودة فقط فالمتحرك يتحرك على اتجاه محور الصادات تحركا منتظما العجلة ويكون

$$s = \frac{u}{v}$$

وبوجود هاتين الحركتين في آن واحد بسبب وجود السرعة الابتدائية والعجلة الكلية معا يمكن

الحصول على خط السير بجذف  $r$  من المعادلتين المذكورتين وحينئذ يحدث

$$ص = \frac{ك}{ع} \times س$$

وهي معادلة قطع مكافئ منسوب الى المماس والى القطر الذي يمر بنقطة التماس  
الضغط على مخن - اذا تحركت نقطة مادية على مخن سكلويدي محوره رأسى شكل ٥٣ بتأثير التناقل  
وكان المطلوب إيجاد الضغط على المخن المذكور يقال

اذا فرض ان  $m$  هو مجسم المتحرك السائر على تقعر المخن وان  $r$  هو رد الفعل او الضغط الذى  
يحدثه المخن المادى على المتحرك المذكور في جهة التقعر المساوى للضغط الذى يحدثه ذلك المتحرك  
على المخن في الجهة المضادة يكون  $ك$  هو العجلة الناشئة عن هذا الضغط واذا رمزنا بالرمز  $هـ$  للزاوية  
التي يكونها العمودى للسطح مع الخط الرأسى فمن حيث ان قوة التناقل تؤثر الى أسفل فيكون  
 $ح$  حاصه هي عجلة العجلة التناقل المؤثرة في اتجاه  $و$   $ك$   $ا$   $م$  -  $ح$  حاصه هو مقدار العجلة  
الكلية المؤثرة في اتجاه العمودى للسطح ولكن من حيث ان المقدار المذكور عبارة عن العجلة العمودية  
التي مقدارها هو  $ج$  ما تقدم هو  $\frac{ع}{ج}$  فيكون

$$\frac{ع}{ج} = \frac{و}{م} - ح$$

$$م = \left( \frac{ع}{ج} + ح \right) ح$$

وهي المعادلة المطلوبة التي يتعين منها مقدار الضغط على المخن  
وينتج من ذلك أولا اذا رسم المتحرك مخنيا سكلويديا بربطه بخيط كما تقدم فثمة الخيط الواقعة  
على المتحرك تكون مساوية للضغط على المخن أى ان ثمة الخيط في أى وضع مثل  $ي$   $ك$   $و$  شكل ٥٤  
تكون مساوية الى  $م$   $\left( \frac{ع}{ج} + ح \right)$

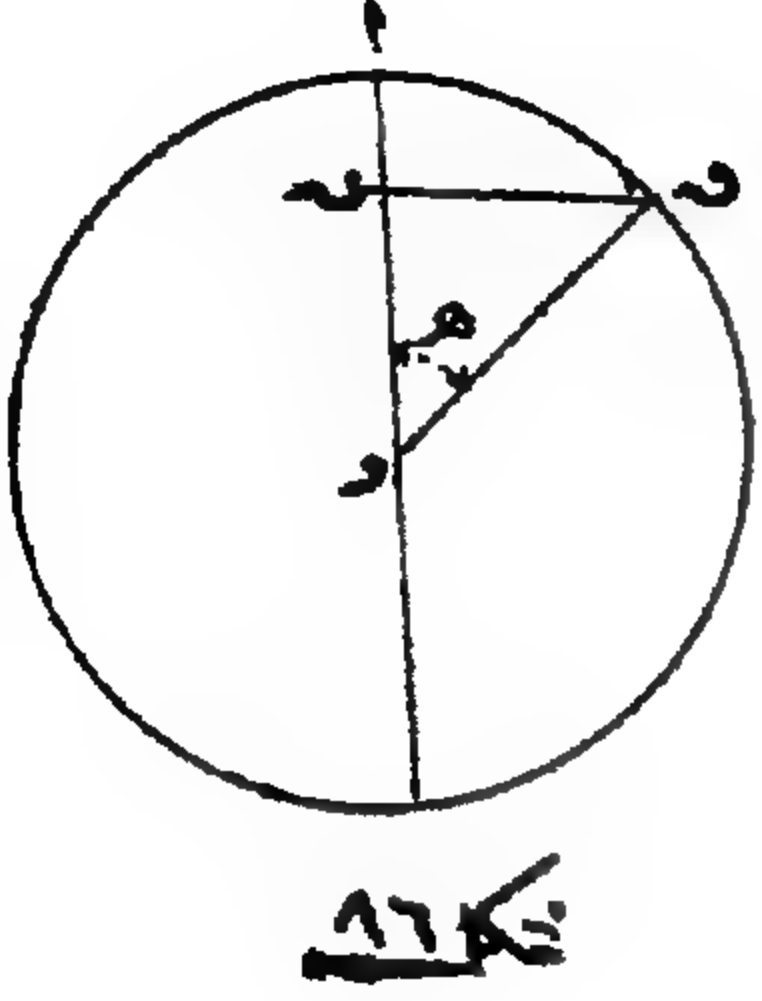
وثانيا اذا تحرك متحرك على مخن ما بتأثير أى قوة وكان  $ص$  رمزا للعجلة في اتجاه العمودى على السطح  
معتبرة موجبة في جهة التقعر فبناء على ما تقدم يكون  
 $م = \left( \frac{ع}{ج} - ص \right)$

وثالثا حيث ان المخن يحدث قوة دفع فقط على المتحرك فاذا صار مقدار  $ص$  سالبا في حالة ما (بمعنى  
ان المخن يحدث قوة جذب) فان المتحرك يترك المخن في النقطة التي فيها  $ص = ٠$  لانه متى  
مر بالمجسم من هذه النقطة فان مقدار  $ص$  يتغير اشارته من الايجاب الى السلب  
فاذا كان المتحرك مارا في ابوابه مخنية قطرها الداخل صغير جدا بدلا من تحركه على مخن بسيط فان اتجاه  
الضغط الذى تحدثه الابواب على المتحرك يتغير في نقطة مثل النقطة السابقة بمعنى انه اذا كان  
المتحرك في احد جانبي النقطة فان الضغط يؤثر في جهة تقعر المخن واذا كان المتحرك في الجهة  
الاعرضى من النقطة المذكورة فان الضغط يؤثر في جهة تحديق المخن وبالعكس

ولتوضيح



ولنفرض القواعد المتقدمة بالمسالتين الاليتين فنقول  
المسألة الأولى - متحرك نازل من السكون على قوس من دائرة رأسية ملسا والمطلوب معرفة الوضع  
الذي يترك فيه المتحرك المذكور تلك الدائرة



لذلك نفرض ان  $c$  هي سرعة المتحرك في وضع ما، مثل  $هـ$  شكل  $٨٦$  حينما  
ينزل على الدائرة وأن  $١$  هو اتجاه القطر الرأسى  $١$  وهو المركز  $١$   $هـ$   
هو نصف القطر الرأسى ثم  $هـ$   $هـ$  أفقيا ونفرض ان زاوية  $هـ$   $هـ$   $هـ$   
وان  $ر$  هو الضغط الحادث من المحيط على المتحرك المائل لابعاد المتحرك  
المذكور عن نقطة  $و$  وحينئذ يكون

$$ع = ح \times ح = ١$$

حيث ان المتحرك خارج من السكون من نقطة  $٢$  ومن حيث ان نصف قطر الانحناء واحد في كل نقطة  
وليساوى  $هـ$  فيكون  $\frac{ع}{هـ}$  هو مقدار العجلة في نقطة  $هـ$  في الاتجاه  $هـ$  ولكن حيث ان  $ح$   $هـ$   
هو عجلة التناقل في الاتجاه  $هـ$  فيكون  $ح$   $هـ$  هي العجلة الكلية للمتحرك المحصلة في  
الاتجاه  $هـ$  و يحدث

$$\frac{ع}{هـ} = ح \times ح - \frac{ع}{هـ} \text{ ومنها يكون}$$

$$ر = م (ح \times ح - \frac{ع}{هـ})$$

وحيث ان  $ع = ح \times ح = ١$   $هـ$   $هـ$   $هـ$   $هـ$   $هـ$  فيكون

$$ر = م (١ - ح \times ح)$$

ومن هذه المعادلة يتبين مقدار الضغط في أى نقطة مثل  $هـ$  ومتى كان  $ح$   $هـ$  أكبر من  $\frac{ع}{هـ}$  يكون  
 $ر$  موجبا ويبقى المتحرك مماسا للمخنى ولكن متى زاد  $هـ$  بحيث يصير  $ح$   $هـ$  أصغر من  $\frac{ع}{هـ}$  فإن  
 $ر$  يصير سالبا ويلزم ان يحدث عن المخنى قوة جذب لكى يبقى المتحرك ملاصقا له وحينئذ  
ففى النقطة التى فيها  $ح$   $هـ$   $هـ$  تتغير اشارة  $ر$  من الايجاب الى السلب ويترك المتحرك  
المخنى ولكن فى النقطة التى فيها  $ح$   $هـ$   $هـ$  يكون  $هـ$   $هـ$   $هـ$   
وبعد ان يترك المخنى المذكور يبتدى فى رسم منحنى قطع مكافئ

المسألة الثانية - متحرك يدور فى مستو رأسى مربوط فى طرف خيط غير من طرفه الآخر  
ثابت والمطلوب ايجاد مقدار الشد الواقع على الخيط المذكور فى وضع ما وتعيين الشروط اللازمة  
لأجل ان يرسم المتحرك محيطا كاملا

لذلك نفرض ان  $٨٦$  شكل  $٨٦$  هي الطرف الثابت للخيط الذى طوله  $هـ$   $هـ$  وضع المتحرك حينما  
يكون الخيط  $هـ$  و صانعا مع الرأسى  $١$  زاوية قدرها  $هـ$  وحينئذ يكون

$$١ = ح \times ح = ١$$

وإذا فرض أن ش رمز شد الحيط حينما يكون المتحرك في نقطة ه وأن ع ه السرعة حينما يكون المتحرك في ا ا ه  
على التناظر يكون  $ع = ع + ح ه \times ا ه = ع + ح ه (١ - ح ه)$

وحيث ان عجلة شد الحيط في الاتجاه ه ه هي ش وعجلة العجلة التناقل في الاتجاه ه ه المذكور هي  
ح ه فيكون  $ش + ح ه ه هو مقدار العجلة الكلية في اتجاه ه ه وعليه يكون$   
 $ش + ح ه ه = \frac{ع}{ه} = ع + ح ه (١ - ح ه)$

ومنها يحدث

$$ش = م \left[ \frac{ع}{ه} + ح ه (١ - ح ه) \right]$$

وهي المعادلة التي يتعين منها مقدار شد الحيط في اى وضع كان  
ويرى من ذلك ان مقدار ش يكون نهاية صغرى حينما يكون ح ه = ١ اعنى حينما يكون ه ه = .  
اى عندما تكون نقطة ه ه نقطة ٢ ثم يأخذ مقدار ش في الازدياد بازدياد ه الى ان تكون  
ه ه = ط اى حينما يكون المتحرك في اوطى نقطة وحينئذ يكون مقدار ش نهاية عظمى  
ولاجل ان يرسم المتحرك محيطا كاملا يجب ان لا يكون شد الحيط سائبا ابدا اذ ان هذه الحالة يكون الحيط غير مشدود فاذا جعلنا أصغر  
مقادير ش مساويا للصفر اى جعلنا ش = . حينما يكون ه ه = . يكون

$$\frac{ع}{ه} + ح ه (١ - ح ه) = . ومنها يحدث$$

$$ع = ح ه ه \quad \text{أو} \quad ع = \sqrt{ه ه}$$

ومن هذه المعادلة يتعين مقدار السرعة الأصغر ما يمكن للمتحرك في وضعه الأعلى ما يكون حتى  
يمكن ان يرسم محيطا كاملا

وحيث ان السرعة الأكبر ما يمكن تكون في النقطة السفلى فاذا كان ع =  $\sqrt{ه ه}$  يكون  
مقدار السرعة العظمى مساويا الى  $\sqrt{ه ه}$

وعلى هذا تكون المعادلة التي يتعين منها مقدار شدة الحيط هي ش = م ه (١ - ح ه)  
وحيث ان النهاية العظمى لهذا المقدار تحقق حينما يكون ح ه = ١ اعنى حينما يكون المتحرك في  
أوطى نقطة فتكون قوة الشد في هذه الحالة مساوية الى

$$م ه = م \times ثقل المتحرك$$

وبناء على ما ذكر يرى انه لاجل ان يرسم المتحرك محيطا كاملا يلزم تحقق الشرطين الآتيين  
أولا ان لا تكون السرعة في أوطى نقطة اصغر من  $\sqrt{ه ه}$

وثانيا ان الحيط يمكن ان يتحمل شدا مساويا لسته امثال ثقل المتحرك على الأقل  
طريقة لتعويض مرونة الكرات

قد استعمل فوتون لتعيين مرونة المواد المختلفة الطريقة الآتية وهي

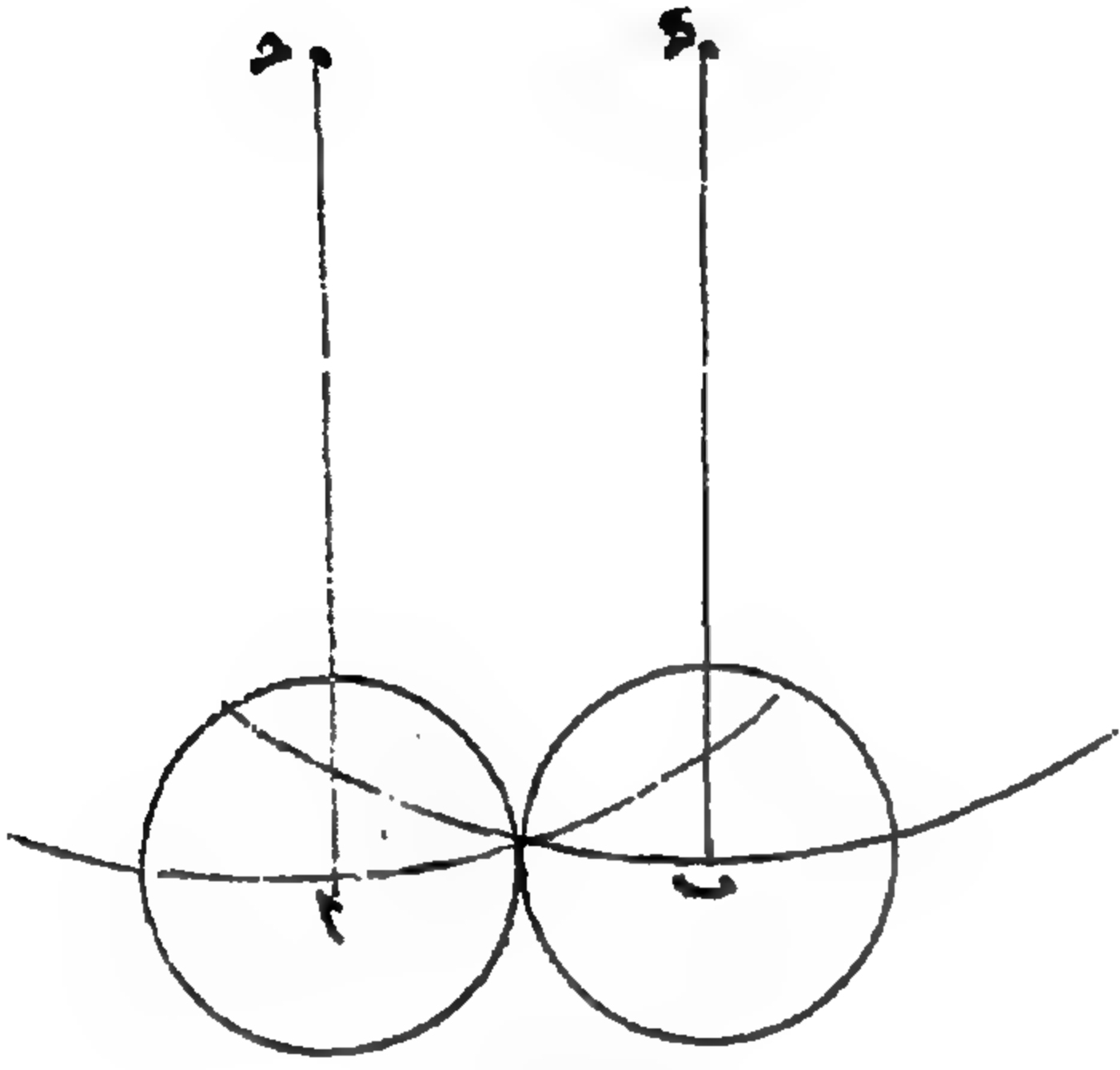
انه علق كرتين ا ب شكل ٨٧ في نقطتين ثابتتين ح ا و جينطين متوازيين وجعلهما متماسين

في نهايتي



في نهايتي قطرين افقيين

وحينئذ اذا اخرجت الكرتان عن الوضع الرأسى بمقدار قوسين معلومين فإن السرعتين اللتين تصادم بهما الكرتان المذكورتان يمكن إيجادهما كما تقدم (بموجب النتيجة الثالثة من التنبيه المذكور في بحث الحركة على منحنى)



شكل ٢٧

وبواسطة قوسين هذين القوسين بطريقة مناسبة يمكن ان تصادم الكرتان في أوطى وضع لهما وبالملاحظة القوسين اللذين ترسمهما الكرتان المذكورتان ثانياً يمكن تعيين السرعتين اللتين يتفصلان بهما بعد التصادم ويمكن بناء على ذلك تعيين معامل المرونة

وبجواب من هذا القبيل وجد المعلم فوكون ان معامل مرونة الكرات المحدولة من الصوفى هو  $\frac{1}{3}$  والكرات التى من الصلب نحو ذلك تقريباً والكرات التى من الفلين أقل من ذلك بقليل والعاج  $\frac{1}{4}$  والزجاج  $\frac{1}{5}$  وقد ذكر انه يلزم تصحيح هذه المعاملات من الخطأ الحاصل من مقاومة الهواء ثم اذا اخرجت الكرة ب من وضعها الاصلى وتركت لتصدم الكرة ا الساكنة فإن سرعة كل منهما بعد التصادم تكون عين السرعة التى تحصل بناء على القواعد التى ذكرت في بحث التصادم

واذا فرض ان الكرتين كانتا من خشب وكان بأحدهما من عنصر صغير من الصلب لمس كرة ا بعد التصادم فيتعديل القوسين اللذين تخرج بهما الكرتان يمكن اعطاء الكرتين المذكورتين عند التصادم سرعتين مناسبتين لعكس حجمهما وبواسطة تخيل احدهما بالرصاص يمكن جعل النسبة بين حجمهما حسب الارادة وعليه فتبقى الكرتان في سكون بعد التصادم ويفهم من ذلك ان كىتى التركز المتساويتين والمختلفتين الجهة يتماحيان معا

والى هنا تم طبع اللازم تدريسه لتلامذة السنة الثانية من مدرسة المهندسخانة الخديوية على حسب البروجرام وعلى الله حسن الأتكال















